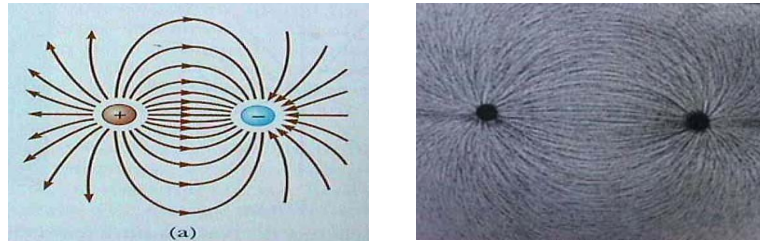


วิธีคำนวณสนามไฟฟ้าอีกวิธีหนึ่งคือการใช้กฎของเกาส์ ก่อนที่จะเข้าใจกฎนี้ จึงต้องรู้จักเส้นแรงไฟฟ้าและฟลักซ์ไฟฟ้าก่อน

3.1 เส้นแรงไฟฟ้า



ภาพที่ 3-1 เส้นแรงไฟฟ้าระหว่างจุดประจุบวกและลบ แสดงได้โดยใช้ผงแท็บทิม

เส้นแรงไฟฟ้าจะบอกถึงภาพรวมของสนามไฟฟ้าในบริเวณใด ๆ การเขียนเส้นแรงไฟฟ้าจะให้ข้อมูลเกี่ยวกับสนามไฟฟ้า กล่าวคือ

1. สนามไฟฟ้าจะมีทิศเดียวกันกับเส้นสัมผัสส่วนโค้ง (Tangent) ของเส้นแรงสนามไฟฟ้า ณ จุดใด ๆ
2. สนามไฟฟ้าจะมีขนาด (หรือความเข้ม) มากในบริเวณที่มีเส้นแรงอยู่หนาแน่น

การวาดเส้นแรงสนามไฟฟ้า เส้นจะเริ่มที่ประจุบวกไปสิ้นสุดที่ประจุลบ หรือออกจากประจุบวกไปยังอนันต์ และเส้นแรงไม่สามารถตัดกันได้

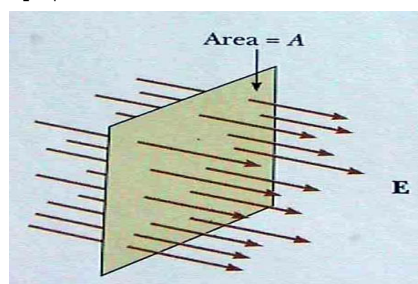
3.2 ฟลักซ์ไฟฟ้า (Electric Flux)

ฟลักซ์ไฟฟ้า เป็นปริมาณที่บอกถึงจำนวนเส้นแรงไฟฟ้าที่ผ่านพื้นที่หนึ่ง ๆ พิจารณาสถาปัตยกรรมไฟฟ้าสมมติทิศทางและความเข้ม ผ่านพื้นที่ที่มีขนาด A ดังภาพ นิยามฟลักซ์ไฟฟ้าได้ดังนี้

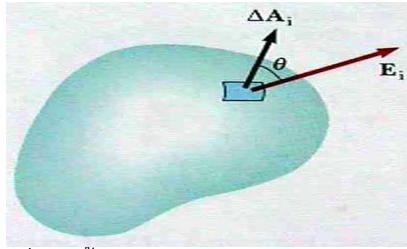
$$\Phi = \vec{E} \cdot \vec{A} = EA \cos \theta \quad (3-1)$$

โดยที่ A เป็นเวกเตอร์พื้นที่ที่มีทิศตั้งฉากกับระนาบพื้นที่ ในระบบ SI ฟลักซ์ไฟฟ้ามีหน่วยเป็น $N \cdot m^2 / C$

จากสมการ ฟลักซ์ไฟฟ้าก็จะมีค่าสูงสุดในกรณีที่เส้นแรงสนามไฟฟ้าตั้งฉากกับพื้นที่ผิว



ภาพที่ 3-2 เส้นแรงไฟฟ้าที่ผ่านพื้นที่ระนาบ



ภาพที่ 3-3 ฟลักซ์ไฟฟ้าที่ผ่านพื้นผิวปิดรูปร่างใด ๆ คำนวณโดยการแบ่งผิวปิดเป็นส่วนย่อย

ในกรณีทั่วไป (สนามไฟฟ้าไม่คงที่ หรือมุมระหว่างสนามไฟฟ้ากับเวกเตอร์พื้นที่ไม่คงที่) ต้องแบ่งพื้นที่ผิวของวัตถุออกเป็นแผ่นย่อย ๆ หาฟลักซ์ของพื้นที่ย่อย ๆ แล้วจากนั้นก็ทำการรวมฟลักซ์ของพื้นที่ย่อย ๆ เหล่านี้ทั้งหมด

$$\Phi = \int \vec{E} \cdot d\vec{A} \quad (3-2)$$

ในกรณี การคำนวณฟลักซ์ไฟฟ้าที่ผ่านผิวปิด จะใช้สัญลัษณ์

$$\Phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} \quad (3-3)$$

ตัวอย่างที่ 1: (Serway24.1) Flux Through a Sphere จงคำนวณฟลักซ์ไฟฟ้าที่ผ่านทรงกลมที่มีรัศมี 1m ที่มีประจุ +1 μC ที่จุดศูนย์กลาง

วิธีทำ : สนามไฟฟ้ากับเวกเตอร์พื้นที่ $d\vec{A}$ มีทิศเดียวกัน $\cos \theta = \cos 0 = 1$

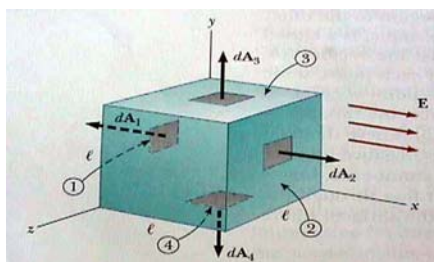
$$\Phi = \int \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int E dA \cos \theta = E \int dA = EA$$

$$E = k_e q / r^2 = (8.99 \times 10^9)(1 \times 10^{-6} / 1^2) = 8.99 \times 10^3$$

$$A = 4\pi r^2 = 4\pi(1^2) = 12.6$$

$$\Phi = (8.99 \times 10^3)(12.6) = 1.13 \times 10^5 \text{ Nm}^2 / \text{C}$$

ตัวอย่างที่ 2: (Serway24.2) Flux Through a cube พิจารณาสถาปัตยกรรมไฟฟ้าสม่ำเสมอ E วางตัวในแนวแกน x ผ่านพื้นผิวของกล่องที่มีขนาด ℓ ดังภาพ จงคำนวณฟลักซ์ไฟฟ้ารวมที่ผ่านกล่องนี้



ภาพที่ 3-4 ภาพประกอบตัวอย่างที่ 2

วิธีทำ : แบ่งกล่องออกเป็น 6 ส่วน ตามด้านของกล่อง จะพบว่าที่สี่ด้านของกล่อง (ด้านหน้า ด้านหลัง ด้านบนและด้านล่าง) สนามไฟฟ้าจะตั้งฉากกับเวกเตอร์พื้นที่ หมายความว่า ผลคูณสเกลาร์มีค่าเป็น 0 เหลือเพียงด้านซ้ายและขวา

$$\Phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int_1 \vec{E} \cdot d\vec{A} + \int_2 \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

$$\int_1 \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int_1 E dA \cos 180^\circ = E \int_1 dA = -EA = -E\ell^2$$

$$\int_2 \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int_2 E dA \cos 0^\circ = E \int_2 dA = EA = E\ell^2$$

ดังนั้นฟลักซ์ไฟฟ้ารวมที่ผ่านกล่องนี้มีค่าเป็นศูนย์

3.3 กฎของเกาส์

กฎของเกาส์ใช้คำนวณสนามไฟฟ้า โดยเฉพาะกรณีระบบประจุที่มีความสมมาตรสูง

$$\Phi_c = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{in}}{\epsilon_0} \quad (3-4)$$

“ฟลักซ์ไฟฟ้าสุทธิผ่านพื้นผิวปิดใด ๆ มีค่าเท่ากับประจุสุทธิในพื้นที่ผิวนั้น ๆ ทหารด้วยค่า Permittivity ของ Free Space”

กฎของเกาส์เป็นการเชื่อมโยง ฟลักซ์ไฟฟ้าที่ผ่านพื้นผิวปิดกับประจุที่อยู่ภายใน พื้นผิวปิดนี้มีชื่ออีกอย่างว่า ผิวของเกาส์ (Gaussian Surface) ผิวของเกาส์เป็นพื้นผิวสมมติ ไม่จำเป็นต้องเป็นผิวเดียวกับวัตถุใด ๆ ผิวของเกาส์สามารถสร้างได้หลายรูปแบบ แต่เพื่อช่วยให้สามารถคำนวณหาสนามไฟฟ้าได้ ต้องสร้างให้ล้อมประจุที่สนใจ, ผ่านจุดที่ต้องการหาสนามไฟฟ้า และให้เวกเตอร์พื้นที่ทำมุมง่าย ๆ (0 หรือ 90 องศา) กับทิศสนามไฟฟ้า

ในทางทฤษฎี กฎของเกาส์ สามารถนำไปประยุกต์ใช้คำนวณสนามไฟฟ้าจากระบบของประจุ ไม่ว่าจะป็นรูปทรงใด ๆ ทุกรูปก็ตาม ในทางปฏิบัติ วิธีของเกาส์จะใช้ได้อย่างสะดวกก็ต่อเมื่อรูปทรงนั้น ๆ มีสมมาตรอย่างหนึ่งอย่างใดอยู่ เช่น ทรงกลม ทรงกระบอก

ตัวอย่างที่ 3: (Serway24.4) สนามไฟฟ้าเนื่องจากจุดประจุ จงใช้กฎของเกาส์เพื่อคำนวณหา สนามไฟฟ้า ที่รัศมี r ห่างจากจุดประจุ

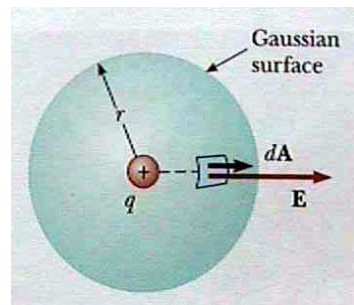
วิธีทำ : สร้างผิวของเกาส์เป็นทรงกลมรัศมี r ล้อมรอบจุดประจุ

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\oint E dA \cos \theta = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E \oint dA = E(4\pi r^2) = \frac{q}{\epsilon_0}$$

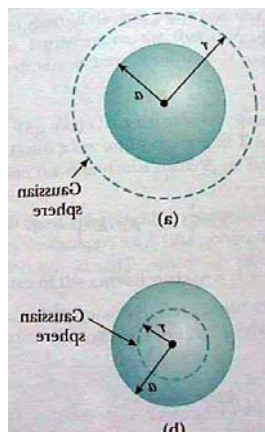
$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = k_e \frac{q}{r^2}$$



ภาพที่ 3-5 ภาพประกอบตัวอย่างที่ 3

ตัวอย่างที่ 4: (Serway24.5) ทรงกลม ที่มีประจุกระจายตัวอย่างสม่ำเสมอ อนุพันธ์ไฟฟ้า ทรงกลมรัศมี a มีประจุ Q กระจายตัวอยู่ภายใน อย่างสม่ำเสมอ จงคำนวณสนามไฟฟ้าที่ระยะห่างจากศูนย์กลางเป็น r ในกรณี

- สนามไฟฟ้าภายนอกทรงกลม ($r > a$)
- สนามไฟฟ้าภายในทรงกลม ($r < a$)



ภาพที่ 3-6 ภาพประกอบตัวอย่างที่ 4

วิธีทำ :

(a) กรณีสนามไฟฟ้าภายนอก ($r > a$) สร้างผิวของเกาส์เป็นทรงกลมมีรัศมี r และประยุกต์ใช้กฎของเกาส์ จะได้

$$E = \frac{q_{in}}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

(b) กรณีสนามไฟฟ้าภายใน ($r < a$) สร้างผิวของเกาส์เป็นทรงกลมมีรัศมี r

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$$

$$E \oint dA = E(4\pi r^2) = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$$

$$q_{in} = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{\frac{4}{3}\pi a^3} Q = \frac{r^3}{a^3} Q$$

$$E = \frac{q_{in}}{4\pi r^2 \epsilon_0} = \frac{1}{4\pi r^2 \epsilon_0} \frac{r^3}{a^3} Q = \frac{Qr}{4\pi\epsilon_0 a^3}$$

พบว่าความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของไฟฟ้า กับระยะทางต่างกันไปใน 2 กรณี

- เมื่อ $r < a$ E แปรผันตรงกับ r เป็นสมการเส้นตรง
- เมื่อ $r > a$ E ลดลงตาม r

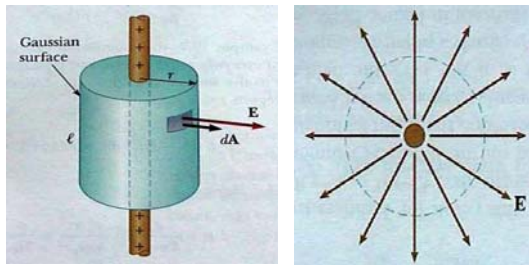
ตัวอย่างที่ 5: (Serway24.7) สนามไฟฟ้าจากแท่งที่มีประจุ แท่งฉนวนไฟฟ้ายาวอนันต์ มีประจุ Q กระจายตัวอยู่ในอย่างสม่ำเสมอ จงคำนวณสนามไฟฟ้าที่ระยะห่างจากแกนกลางเป็นระยะ r

วิธีทำ : สร้างผิวของเกาส์เป็นทรงกระบอกรัศมี r ยาว l ครอบแท่งไว้ พบว่าสนามไฟฟ้าในแนวตั้งหักล้างกันหมด

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$$

$$E \oint dA = E(2\pi r l) = \frac{\lambda l}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$



ภาพที่ 3-7 ภาพประกอบตัวอย่างที่ 5

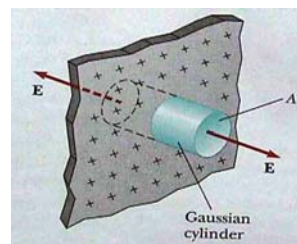
ตัวอย่างที่ 6: (Serway24.8) สนามไฟฟ้าจากแผ่นระนาบที่มีประจุ แผ่นฉนวนขนาดอนันต์มีประจุกระจายอยู่สม่ำเสมอ ด้วยความหนาแน่น σ จงคำนวณสนามไฟฟ้าที่ระยะห่างจากแผ่นเป็นระยะ r

วิธีทำ : สร้างพื้นผิวของเกาส์เป็นทรงกระบอก พื้นทีหน้าตัดเป็น A ฟลักซ์จะผ่านสองด้านดังแสดงในภาพ

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$$

$$2EA = \frac{q_{in}}{\epsilon_0} = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$



ภาพที่ 3-8 ภาพประกอบตัวอย่างที่ 6

| หนังสืออิเล็กทรอนิกส์ | |
|--------------------------|-------------------------------|
| ฟิสิกส์ 1(ภาคกลศาสตร์(| ฟิสิกส์ 1 (ความร้อน) |
| ฟิสิกส์ 2 | กลศาสตร์เวกเตอร์ |
| โลหะวิทยาฟิสิกส์ | เอกสารคำสอนฟิสิกส์ 1 |
| ฟิสิกส์ 2 (บรรยาย(| แก้ปัญหาฟิสิกส์ด้วยภาษา C |
| ฟิสิกส์พิศวง | สอนฟิสิกส์ผ่านทางอินเทอร์เน็ต |
| ทดสอบออนไลน์ | วิดีโอการเรียนการสอน |
| หน้าแรกในอดีต | แผ่นใสการเรียนการสอน |
| เอกสารการสอน PDF | กิจกรรมการทดลองทางวิทยาศาสตร์ |
| แบบฝึกหัดออนไลน์ | สุดยอดสิ่งประดิษฐ์ |
| การทดลองเสมือน | |
| บทความพิเศษ | ตารางธาตุไทย1) 2 (Eng) |
| พจนานุกรมฟิสิกส์ | ลับสมองกับปัญหาฟิสิกส์ |
| ธรรมชาติมหัศจรรย์ | สูตรพื้นฐานฟิสิกส์ |
| การทดลองมหัศจรรย์ | ดาราศาสตร์ราชมงคล |
| แบบฝึกหัดกลาง | |
| แบบฝึกหัดโลหะวิทยา | แบบทดสอบ |
| ความรู้รอบตัวทั่วไป | อะไรเอ่ย ? |
| ทดสอบ)เกมเศรษฐี(| คติปริศนา |
| ข้อสอบเอนทรานซ์ | เฉลยกลศาสตร์เวกเตอร์ |
| คำศัพท์ประจำสัปดาห์ | |
| ความรู้รอบตัว | |
| การประดิษฐ์ของโลก | ผู้ได้รับโนเบลสาขาฟิสิกส์ |
| นักวิทยาศาสตร์เทศ | นักวิทยาศาสตร์ไทย |
| ดาราศาสตร์พิศวง | การทำงานของอุปกรณ์ทางฟิสิกส์ |
| การทำงานของอุปกรณ์ต่าง ๆ | |

|  การเรียนรู้การสอนฟิสิกส์ 1 ผ่านทางอินเทอร์เน็ต  | |
|---|---|
| 1. การวัด | 2. เวกเตอร์ |
| 3. การเคลื่อนที่แบบหนึ่งมิติ | 4. การเคลื่อนที่บนระนาบ |
| 5. กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน | 6. การประยุกต์กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน |
| 7. งานและพลังงาน | 8. การดลและโมเมนตัม |
| 9. การหมุน | 10. สมดุลของวัตถุแข็งเกร็ง |
| 11. การเคลื่อนที่แบบคาบ | 12. ความยืดหยุ่น |
| 13. กลศาสตร์ของไหล | 14. ปริมาณความร้อน และ กลไกการถ่ายโอนความร้อน |
| 15. กฎข้อที่หนึ่งและสองของเทอร์โมไดนามิก | 16. คุณสมบัติเชิงโมเลกุลของสสาร |
| 17. คลื่น | 18. การสั่น และคลื่นเสียง |
|  การเรียนรู้การสอนฟิสิกส์ 2 ผ่านทางอินเทอร์เน็ต  | |
| 1. ไฟฟ้าสถิต | 2. สนามไฟฟ้า |
| 3. ความกว้างของสายฟ้า | 4. ตัวเก็บประจุและการต่อตัวต้านทาน |
| 5. ศักย์ไฟฟ้า | 6. กระแสไฟฟ้า |
| 7. สนามแม่เหล็ก | 8. การเหนี่ยวนำ |
| 9. ไฟฟ้ากระแสสลับ | 10. ทรานซิสเตอร์ |
| 11. สนามแม่เหล็กไฟฟ้าและเสาอากาศ | 12. แสงและการมองเห็น |
| 13. ทฤษฎีสัมพัทธภาพ | 14. กลศาสตร์ควอนตัม |
| 15. โครงสร้างของอะตอม | 16. นิวเคลียร์ |
|  การเรียนรู้การสอนฟิสิกส์ทั่วไป ผ่านทางอินเทอร์เน็ต  | |
| 1. จลศาสตร์ (kinematic) | 2. จลพลศาสตร์ (kinetics) |
| 3. งานและโมเมนตัม | 4. ซิมเปิลฮาร์โมนิก คลื่น และเสียง |
| 5. ของไหลกับความร้อน | 6. ไฟฟ้าสถิตกับกระแสไฟฟ้า |
| 7. แม่เหล็กไฟฟ้า | 8. คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้ากับแสง |
| 9. ทฤษฎีสัมพัทธภาพ อะตอม และนิวเคลียร์ | |

