

บทที่ 3

โครงสร้างผลึก

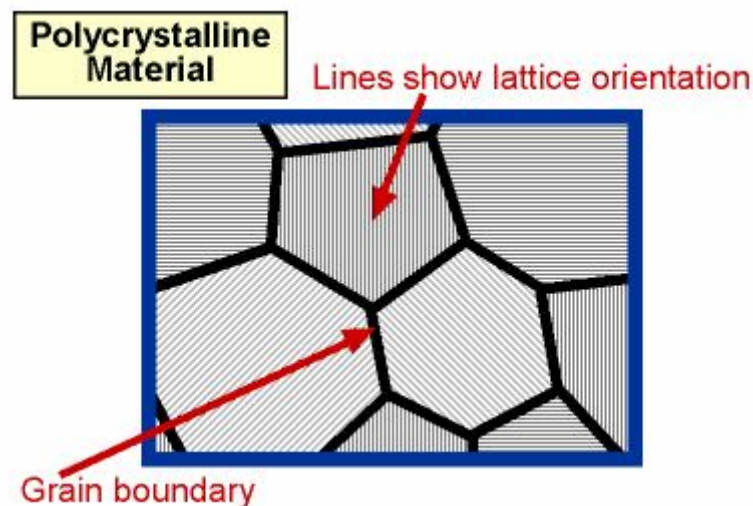
ในบทนี้จะกล่าวถึงเรื่อง โครงสร้างผลึกแบบต่าง ๆ ได้แก่ หน่วยเซลล์(Unit Cell) โครงสร้างผลึกแบบ BCC (Body – Center Cubic) FCC (Face - Center Cubic) และ HCP(Hexagonal Close Pack) การคำนวณค่าการอัดแน่นของอะตอมในหน่วยเซลล์ แบบ โครงสร้างของของแข็ง

3.1 ชนิดของของแข็ง

วัสดุที่เป็นผลึก (Crystalline material) คือ อะตอมที่เรียงตัวในแนวระนาบอย่างเป็นระเบียบ

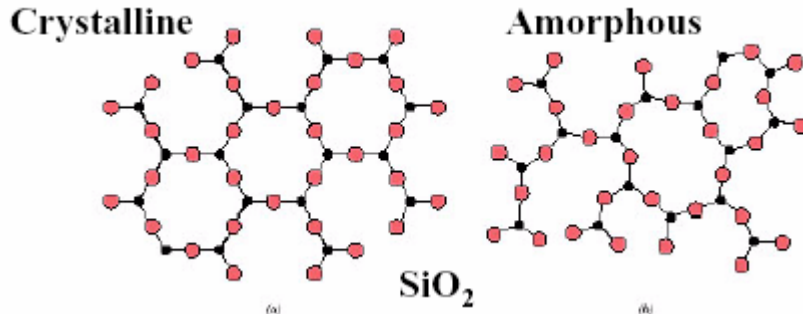
ผลึกเดี่ยว (Single Crystal) คือ อะตอมที่เรียงตัวรวมเป็นแบบ ๆ หนึ่งในระนาบของวัสดุผลึก

วัสดุพหุผลึก (Polycrystalline material) คือการประกอบไปด้วยผลึกเล็ก ๆ เป็นจำนวนมากหรือเรียกว่าเกรน (Grain) ดังภาพที่ 3.1



ภาพที่ 3.1 เกรนของวัสดุ

โครงสร้างของสสารที่ไม่เป็นผลึก(amorphous) คือลักษณะโครงสร้างที่ไม่เป็นผลึก



ภาพที่ 3.2 แสดงวัสดุที่มีโครงสร้างแบบผลึกและแบบไม่เป็นผลึก

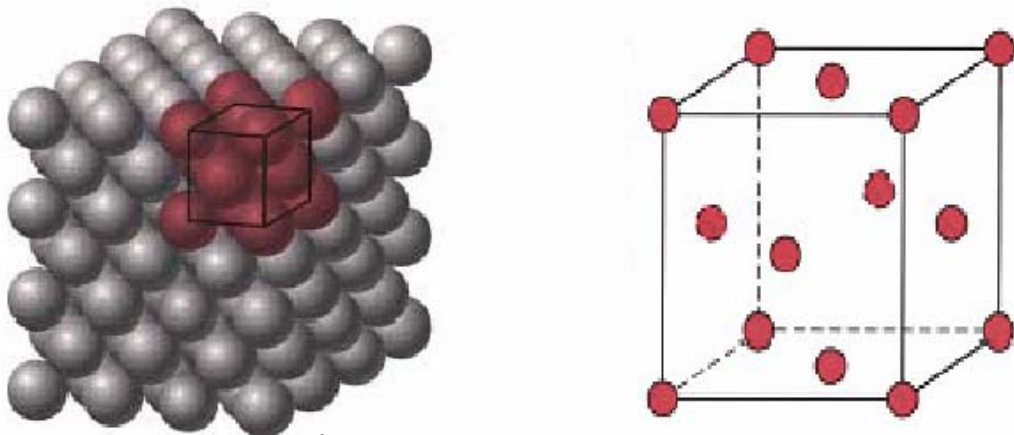
3.2 ระบบผลึก และรูปแบบของสเปซแลตทิซ

(Crystal Systems and Bravais Lattices)

รูปแบบของ Space lattice ของวัสดุที่เป็นไปได้มีทั้งหมด ๑๔ แบบ ดังแสดงในรูปที่ 3.2 แต่อาจจะจัดเข้าเป็นระบบใหญ่ ๆ เพียง ๗ ระบบ โดยอาศัยการกำหนดแกนในสามมิติ และกำหนดค่ามุมระหว่างแกนทั้งสามขึ้น และกำหนดความยาวของด้านของหน่วยเซลล์(Unit cell)

ความยาวของขอบ a, b, และ c (ตามแกนผลึก) วัดเป็นหน่วยอังสตรอม (Angstrom;A) ผิวหน้าของหน่วยเซลล์ใช้แทนด้วยตัวพิมพ์ใหญ่ A, B หรือ C

มุมระหว่างแกนวัดเป็นองศา มุมบนด้าน A (ระหว่างด้าน b และ c) เรียกว่ามุมแอลฟา (alpha : a) มุมบนด้าน B (ระหว่างด้าน c และ a) เรียกว่ามุมเบต้า (beta :B) และมุมบนด้าน C (ระหว่างด้าน a และ b) เรียกว่ามุมแกมมา (gamma : γ)



ภาพที่ 3.3 แสดงรูปแบบของ Space Lattice

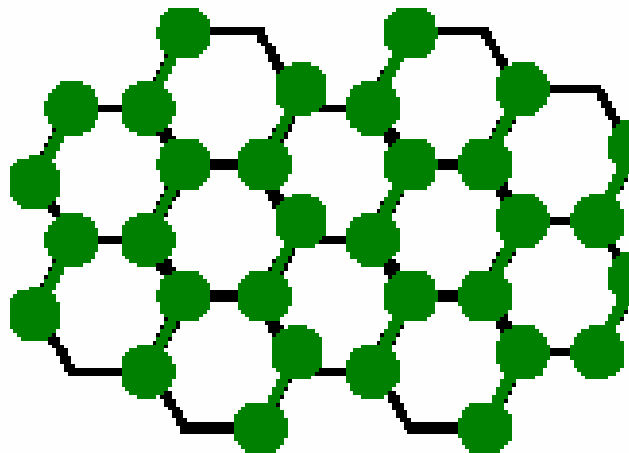
ตารางที่ 3.1 แสดง ระบบผลึก

ระบบ	แกน	มุมระหว่างแกน
Cubic	$a = b = c$	$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$
Tetragonal	$a = b \neq c$	$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$
Orthorhombic	$a \neq b \neq c$	$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$
Monoclinic	$a \neq b \neq c$	$\alpha = \gamma = 90^\circ \neq \beta$
Triclinic	$a \neq b \neq c$	$\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90^\circ$
Hexagonal	$a = a \neq c$	$\alpha = \beta = 90^\circ, \gamma = 120^\circ$
Rhombohedral	$a = b = c$	$\alpha = \beta = \gamma \neq 90^\circ$

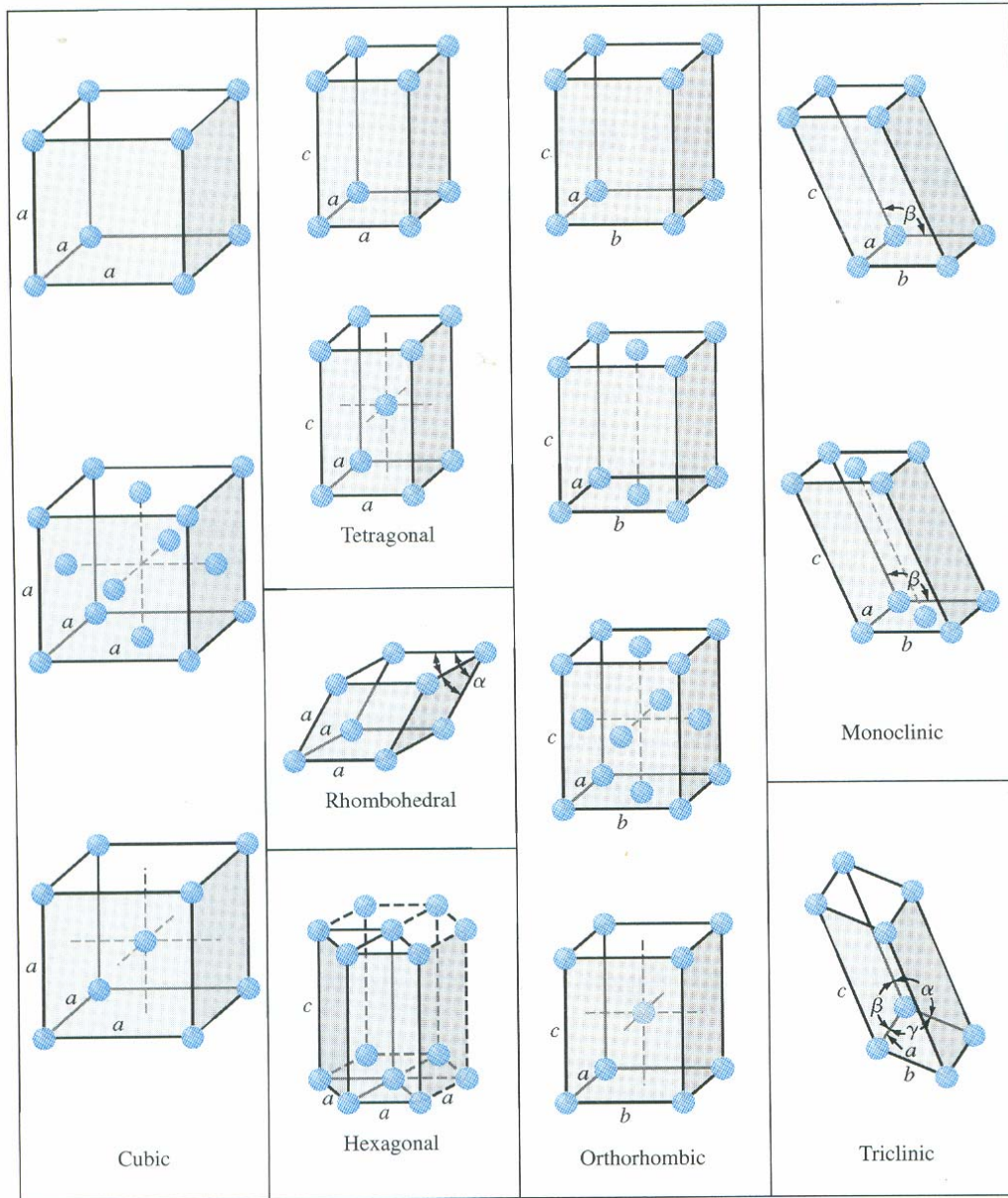
Space lattice ที่สำคัญได้แก่ Body-Centered Cubic (BCC), Face-Centered Cubic (FCC), Hexagonal Close-Packed (HCP)

หน่วยเซลล์ (Unit Cell) คือหน่วยที่มีขนาดเล็กที่สุดที่แสดงถึงโครงสร้างทั้งหมดของเนื้อวัสดุ

จากภาพที่ 3.4 จะพบว่าโครงสร้างผลึกจะมีความคล้ายคลึงกันทั้งหมดดังนั้นจึงจะนำหน่วยพื้นฐานของผลึกออกมาเพื่อเป็นแบบจำลองของทั้งหมด



ภาพที่ 3.4 โครงสร้างผลึก

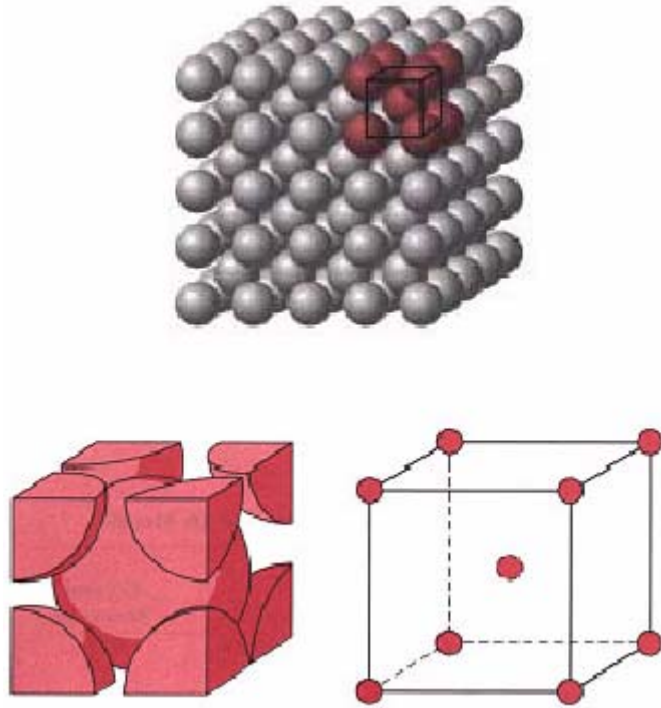


ภาพที่ 3.5 หน่วยเซลล์แบบต่าง ๆ

3.2.1 Body – Centered Cubic (BCC)

หน่วยเซลล์แบบ BCC จะมีลักษณะสี่เหลี่ยมลูกบาศก์ ($a = b = c$, $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$) จากรูปจะเห็นว่าอะตอมตรงกลางจะอยู่ในแนวเดียวกับอะตอมที่มุมอะตอม ที่มุมก็จะอยู่ในแนวเดียวกับอะตอมตรงกลางของหน่วยเซลล์ถัดไป เมื่อพิจารณาในกรณี Space lattice จะเห็นอะตอมสัมผัสกันเป็นแนวเส้นตรงตามแนวทะแยงหน่วยเซลล์ต่อเนื่องออกไปเรื่อย ๆ ไม่มีที่สิ้นสุดในธาตุเดียวกันอะตอมทุกตัวจะมีขนาดเท่ากัน ดังนั้นอะตอมที่ศูนย์กลางของ BCC จะ

เป็นอะตอมที่มุมของหน่วยเซลล์อื่น และอะตอมที่มุมก็จะเป็นอะตอมที่ศูนย์กลางของหน่วยอื่นได้ จึงกำหนดไม่ได้ว่าอะตอมตัวใดอยู่ที่ศูนย์กลางหรืออยู่ที่มุมนอกจากจะพิจารณาเพียงหน่วยเซลล์เดียว



ภาพที่ 3.6 โครงสร้างผลึกแบบ BCC

ในการหาจำนวนอะตอมต่อหนึ่งหน่วยเซลล์ของ BCC ได้ดังนี้

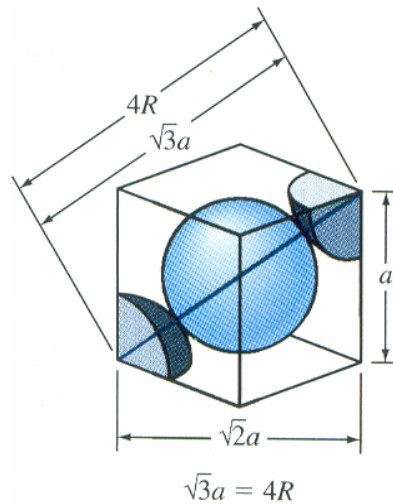
อะตอมที่กึ่งกลางหน่วยเซลล์	= 1
อะตอมที่มุม 1 มุม	= $\frac{1}{8}$
อะตอมที่อยู่ทั้ง 8 มุม	= $\frac{1}{8} \times 8 = 1$
ดังนั้น อะตอมรวม	= 1 + 1
	2 อะตอม

ในการหาค่าอัดแน่น (Atomic Packing factor : APF) ใน BCC

ค่าอัดแน่นของอะตอม หมายถึง อัตราส่วนระหว่างปริมาตรของอะตอมทั้งหมดต่อปริมาตรของหน่วยเซลล์ หรือ

$$\text{APF} = \text{ปริมาตรของอะตอม} / \text{ปริมาตรหน่วยเซลล์}$$

BCC 1 หน่วยเซลล์มี 2 อะตอม จะสัมผัสหรืออัดตัวกันแน่นตามทิศทางของเส้นทแยงหน่วยเซลล์ (Body diagonals) จะสามารถหาค่า APF ของหน่วยเซลล์ได้ดังนี้



ภาพที่ 3.7 ความสัมพันธ์ระหว่าง a และ R ของโครงสร้าง BCC

จากภาพ จะได้ความสัมพันธ์ทางเรขาคณิต ดังนี้

$$(4R)^2 = (a^2 + a^2) + a^2$$

$$\text{ดังนั้น } a = \frac{4R}{\sqrt{3}}$$

$$\begin{aligned} \text{ปริมาตรหน่วยเซลล์ } V_{\text{unit cell}} &= a^3 \\ &= \left(\frac{4R}{\sqrt{3}} \right)^3 \end{aligned}$$

$$\text{ปริมาตรอะตอม } V_{\text{atom}} = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$\text{เนื่องจากว่า BCC มี 2 อะตอม} = 2 \left(\frac{4}{3} \pi R^3 \right)$$

$$\begin{aligned} \text{จากสูตร APF} &= \text{ปริมาตรอะตอม} / \text{ปริมาตรหน่วยเซลล์} \\ &= \frac{2\left(\frac{4}{3}\pi R^3\right)}{\left(\frac{4R}{\sqrt{3}}\right)^3} = 0.68 \end{aligned}$$

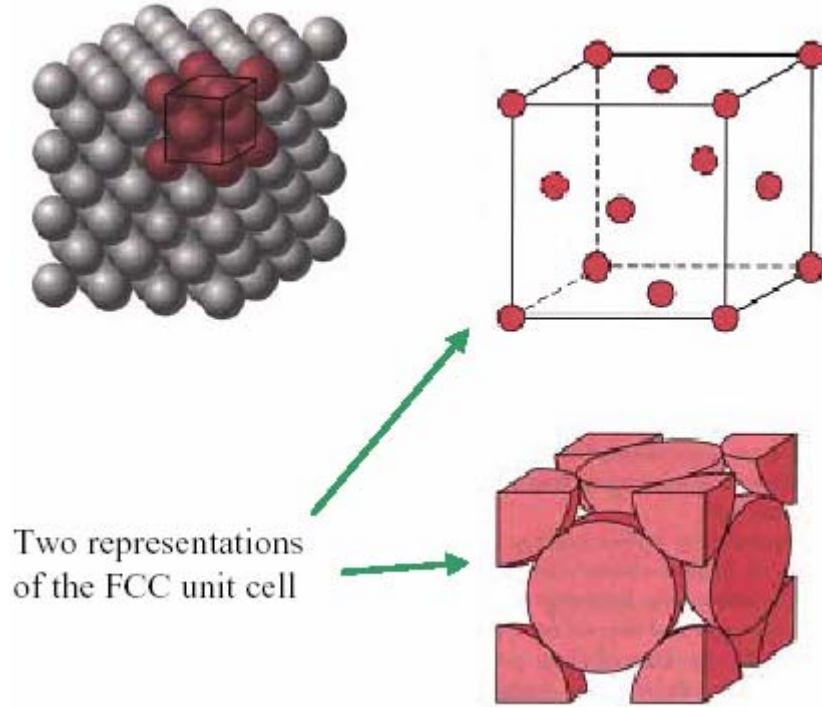
แสดงว่าในเนื้อที่ 1 หน่วยของ BCC จะมีส่วนที่เป็นเนื้อของอะตอมอยู่ 0.68 หน่วย และส่วนที่เหลือ 0.32 หน่วยเป็นที่ว่าง

ตารางที่ 3.2 Lattice Constants และรัศมีอะตอมของโลหะที่มีโครงสร้างเป็น BCC ที่อุณหภูมิห้อง 20°C

โลหะ	Lattice constant	Atomic radius
	a, (nm.)	R, (nm.)
Chromium	0.289	0.125
Iron	0.287	0.124
Molybdenum	0.315	0.136
Potassium	0.533	0.231
Sodium	0.429	0.186
Tantalum	0.330	0.143
Tungsten	0.316	0.137
Vanadium	0.304	0.132

3.2.2 Face – Centered Cubic (FCC)

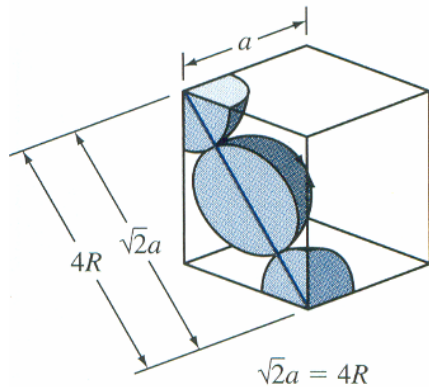
มีลักษณะเป็นสี่เหลี่ยมลูกบาศก์ ($a = b = c, \alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$) จะมีอะตอมอยู่ที่มุมทั้ง 8 มุม



ภาพที่ 3.8 โครงสร้างของ FCC

สำหรับโครงสร้างที่เป็น FCC แสดงดังภาพจะมีจำนวนอะตอมใน 1 หน่วยเซลล์เท่ากับ 4 อะตอมซึ่งได้จาก

อะตอมที่มุม 8 มุม	=	$\frac{1}{8} \times 8 = 1$ อะตอม
อะตอมที่กึ่งกลางด้านทั้ง 6 ด้าน	=	$\frac{1}{2} \times 6 = 3$ อะตอม
รวมอะตอมทั้งหมด		= 4 อะตอม



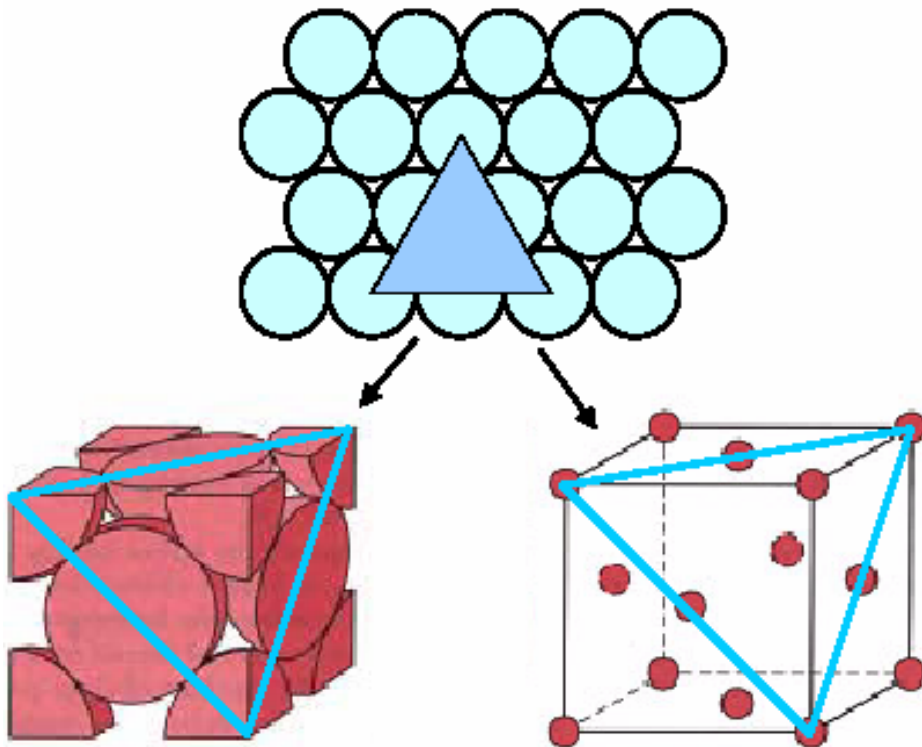
ภาพที่ 3.9 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง a และ R ของโครงสร้าง FCC

จากภาพที่ 3.9 แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของ Unit cell และรัศมีอะตอมของโครงสร้าง FCC ซึ่งจะได้

$$\sqrt{2}a = 4R \quad \text{หรือ} \quad a = \frac{4R}{\sqrt{2}}$$

ค่าการอัดแน่น (Atomic Packing factor : APF) ใน FCC นั้นมีค่าเท่ากับ 0.74 ซึ่งจะเห็นว่ามีค่ามากกว่า 0.68 ในโครงสร้าง BCC กล่าวคืออะตอมทุกตัวจะเรียงตัวของอะตอมแบบ FCC นั้นจะมีการจัดเรียงตัวที่หนาแน่นกว่าโครงสร้าง BCC กล่าวคืออะตอมทุกตัวจะเรียงชิดติดกัน จึงเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า Cubic Close – Packed (CCP) ซึ่งหมายถึงโครงสร้างที่มีอะตอมอัดตัวกันอยู่อย่างหนาแน่นที่สุด

ตัวอย่างของโลหะที่มีโครงสร้างแบบ FCC แสดงในตาราง ซึ่งได้แก่ อลูมิเนียม, ทองแดง, ทองคำ เป็นต้น



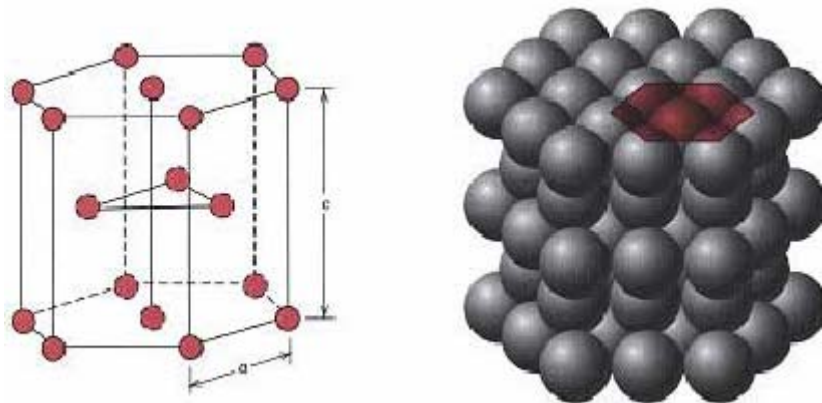
ภาพที่ 3.10 โครงสร้าง FCC แสดงเป็นระนาบของการอัดแน่น

ตารางที่ 3.3 แสดงว่า Lattice Constants และรัศมีอะตอมของโลหะที่มีโครงสร้างเป็น FCC ที่อุณหภูมิ 20°C

โลหะ	Lattice constant	Atomic radius
	a, (nm.)	R, (nm.)
Aluminum	0.405	0.143
Copper	0.3615	0.128
Gold	0.408	0.144
Lead	0.495	0.175
Nickel	0.352	0.125
Platinum	0.393	0.139
Silver	0.409	0.144

3.2.3 Hexagonal Close – Packed (HCP)

โลหะโดยทั่วไปจะไม่สามารถที่จะมีโครงสร้างที่เป็นแบบ simple hexagonal ที่แสดงในรูปได้เนื่องจากว่าค่าของ APF จะมีค่าน้อย ดังนั้นอะตอมก็จะพยายามที่จะให้มีพลังงานในตัวเองให้น้อย เพื่อที่จะได้มีความเสถียรสูงโดยการทำให้โครงสร้างให้เป็น HCP ดังแสดงในภาพที่ 3.11



ภาพที่ 3.11 ผลึกแบบ HCP

HCP มีลักษณะเป็น 6 เหลี่ยม $a = b \neq c$ มุมระหว่าง a และ $b = 120^\circ$ มุมระหว่าง a และ c และ $b = 90^\circ$ โครงสร้างที่เป็น HCP นี้จะมีค่า APF เท่ากับ 0.74 ซึ่งมีค่าเท่ากับในโครงสร้าง FCC เมื่อพิจารณาจากภาพ จะได้ว่าจำนวนอะตอมในหน่วยเซลล์ HCP

เท่ากับ 6 อะตอม ซึ่งหาได้ดังนี้ ซึ่ง

$$\text{อะตอม 1 ตัวมีหน่วยเซลล์ HCP ใช้รวมกัน} = 6 \text{ หน่วยเซลล์}$$

$$\text{ดังนั้น 1 มุมของหน่วยเซลล์จะมีอะตอมอยู่} = \frac{1}{6}$$

$$\text{หน่วยเซลล์ HCP มีมุมอยู่} = 12 \text{ มุม}$$

$$\text{จำนวนอะตอมที่มุม} = \frac{1}{6} \times 12 = 2 \text{ อะตอม}$$

$$\text{ระหว่างระนาบบนกับระนาบฐานมีอะตอม} = 3 \text{ อะตอม}$$

ที่กึ่งกลางระนาบบนและระนาบฐานมีอะตอมอยู่ด้านละ 1 ตัว และใช้รวมกันกับ

หน่วยเซลล์อื่นอีก 1 หน่วยเซลล์

$$\text{ดังนั้นแต่ละหน่วยเซลล์มีอะตอมที่กึ่งกลางด้าน 1 ด้าน} = \frac{1}{2}$$

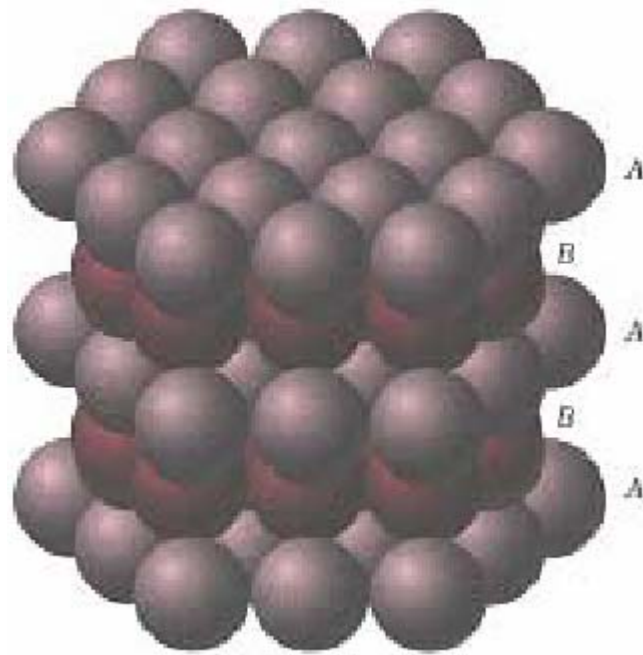
$$\text{รวมอะตอมที่กึ่งกลางด้านฐานและบน} = \frac{1}{2} \times 2 = 1$$

$$\text{รวมอะตอมใน HCP ทั้งหมด} = 2 + 3 + 1 = 6 \text{ อะตอม}$$

อัตราส่วนของความสูง c ของ hexagonal prism ของโครงสร้าง HCP กับส่วนฐาน a เรียกว่า c/a ratio (ดูรูปที่ 3.8a) ซึ่งค่า c/a ratio สำหรับโครงสร้าง HCP ในอุดมคตินั้นจะมีค่าเท่ากับ 1.633 จากตารางจะแสดงค่าของโลหะที่สำคัญที่มีโครงสร้างที่เป็น HCP และค่าของ c/a ratio ของโลหะนั้น

ตารางที่ 3.4 Lattice Constants รัศมีอะตอมและค่า c/a ratio ของโลหะที่มีโครงสร้างแบบ HCP ที่อุณหภูมิห้อง 20°C

โลหะ	Lattice constant		Atomic radius R, (nm.)	c/a ratio	% deviation from ideality
	a, (nm.)	a, (nm.)			
Cadmium	0.2973	0.5618	0.149	1.890	+15.7
Zinc	0.2665	0.4947	0.133	1.856	+13.6
Ideal HCP				1.633	0
Magnesium	0.3209	0.5209	0.160	1.623	-0.66
Cobalt	0.2507	0.4069	0.125	1.623	-0.66
Zirconium	0.3231	0.5148	0.160	1.593	-2.45
Titanium	0.2950	0.4683	0.147	1.587	-2.81
Beryllium	0.2286	0.3584	0.113	1.568	-3.98



ภาพที่ 3.14 แสดงการจัดเรียงตัวของ โครงสร้างหน่วยเซลล์ HCP ระนาบที่ 3 ถูกแทนที่ ด้วยระนาบที่ 2 โดยตรง

3.3 โคออร์ดิเนชันชั้นนัมเบอร์ (CO ordination Number)

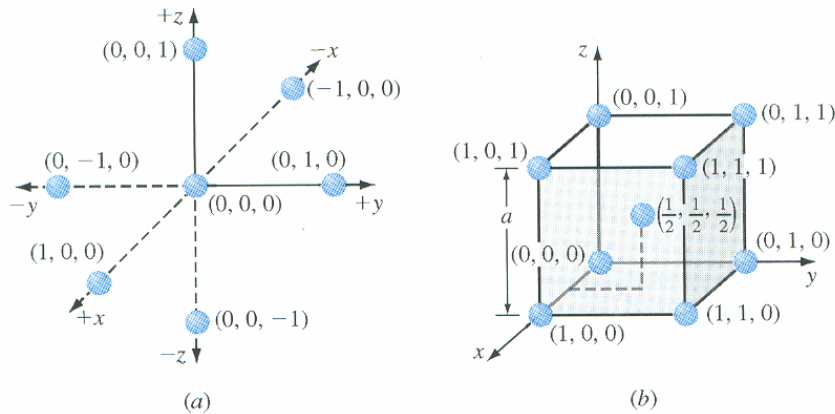
มีโลหะบริสุทธิ์เป็นจำนวนมาก ที่โครงสร้างผลึกของมันจะมีอะตอมจัดเรียงตัวกันในลักษณะอัดแน่นให้มากที่สุด (Close - Packed) นั่นคืออะตอมจะพยายามอยู่ให้ชิดกันมากที่สุด เพื่อให้เกิดช่องว่างระหว่างอะตอมน้อยและเกิดแรงดึงดูดระหว่างอะตอมจะสูงตามไปด้วย จะเห็นได้ว่าถ้าเราสมมติให้อนุภาคหรืออะตอมซึ่งอยู่ใน Space lattice มีลักษณะเป็นทรงกลม (Spheres) เท่า ๆ กันแล้ว เมื่อนำเอาลูกกลมเหล่านี้มาวางเรียงกันโดยให้ทุกลูกอยู่ชิดกัน ลูกกลมแต่ละลูกจะสามารถสัมผัสกับลูกกลมอื่นได้อย่างมากที่สุด 6 ลูกด้วยกัน และถ้าเอาลูกกลมเหล่านี้วางซ้อนกันเป็นชั้น ๆ แล้ว จะพบว่ามีการเรียงอยู่ได้ 2 วิธี ที่จะทำให้อะตอมแต่ละลูกสามารถสัมผัสกับลูกอื่นได้มากถึง 12 ลูกในเวลาพร้อม ๆ กัน ซึ่งลักษณะการเรียงอัดแน่นอย่างนี้ก็คือโครงสร้างแบบ HCP และโครงสร้างแบบ FCC นั่นเอง จำนวนอะตอมที่สามารถสัมผัสหรืออยู่ใกล้อะตอมหนึ่งในระยะที่เท่า ๆ กันเรียกว่า โคออร์ดิเนชันนัมเบอร์ (Co - ordination Number)

ดังนั้นโลหะที่มีโครงสร้างผลึกเป็นแบบ FCC และ HCP จึงมีโคออร์ดิเนชันนัมเบอร์เท่ากับ 12 ส่วนโลหะที่มีโครงสร้างเป็นแบบ BCC ยังไม่นับว่าเป็น close – packed เพราะมีช่องว่างภายใน space lattice มากกว่าทั้งสองแบบที่กล่าวมาแล้ว

3.4 ตำแหน่งของอะตอมในหน่วยเซลล์เหลี่ยมลูกบาศก์

(Atom Positions in Cubic Unit Cells)

การกำหนดของอะตอมในหน่วยเซลล์เหลี่ยมลูกบาศก์ จะใช้แกนอ้างอิง x, y, และ z ซึ่งในระบบผลึกนั้นแกนอ้างอิงต่าง ๆ จะแสดงดังรูป a



ภาพที่ 3.15 (a)การกำหนดแกนอ้างอิง x, y, z ในหน่วยเซลล์เหลี่ยมลูกบาศก์ (b) ตำแหน่งของอะตอมในหน่วยเซลล์ BCC

จากรูป b แสดงตำแหน่งของอะตอมในหน่วยเซลล์แบบ BCC ซึ่งจะได้ตำแหน่งของอะตอมที่มุมทั้ง 8 มุมนั้นจะมีตำแหน่งดังนี้

(0, 0, 0)	(1, 0, 0)	(0, 1, 0)	(0, 0, 1)
(1, 1, 1)	(1, 1, 0)	(1, 0, 1)	(0, 1, 1)

และอะตอมที่อยู่ตรงกลางของหน่วยเซลล์ในโครงสร้าง BCC จะอยู่ที่ตำแหน่ง $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ เพื่อให้ง่ายขึ้นในกรณีที่โครงสร้างผลึกเป็นแบบ BCC เราจะกำหนดตำแหน่งของอะตอมเพียง 2 ตำแหน่ง คือ ตำแหน่ง (0, 0,0) และ $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ ส่วนตำแหน่งอื่น ๆ นั้นไม่ต้องกำหนดเพราะเป็นที่เข้าใจกัน ส่วนในการกำหนดตำแหน่งของอะตอมในโครงสร้าง FCC นั้นก็ใช้กำหนดตำแหน่งเช่นเดียวกันกับแบบ BCC

3.5 ทิศทางของผลึกในหน่วยเซลล์สี่เหลี่ยมลูกบาศก์

(Directions in Cubic Unit Cells)

การพิจารณาอิทธิพลของโครงสร้างที่มีต่อคุณสมบัติของวัสดุ จะต้องเข้าใจถึงทิศทางและระนาบต่าง ๆ ในผลึก เพราะลักษณะของผลึกในทิศทางต่างกันจะไม่เหมือนกัน เช่น ระยะห่างระหว่างอะตอมข้างเคียงในผลึกในทิศทางที่ต่างกัน ซึ่งในการบอกทิศทางในผลึกนิยมบอกเป็นตัวเลขจำนวนเต็มน้อย ๆ และในการกำหนดทิศทางในผลึกต้องพิจารณาจากหน่วยเซลล์ซึ่งจะสามารถหาทิศทางในผลึกที่มี space lattice เป็นแบบใดก็ได้ โดยถือว่าขอบของหน่วยเซลล์มีความยาวเท่ากันหนึ่งหน่วย ไม่ว่าจะ เป็นความยาวในแนวแกน X, Y หรือ Z

เมื่อจะกำหนดทิศทางในผลึกจะต้องกำหนดจุดเริ่มต้นที่มุม หรือตำแหน่งอะตอมใด ๆ ของหน่วยเซลล์ แล้วลากเวกเตอร์ (vector) นั้นไปตามทิศทางที่ต้องการ และเขียนลูกศรไว้ที่ปลายเวกเตอร์ซึ่งถือว่าเป็นปลายทางของทิศทาง โดยให้จุดเริ่มต้นของแกนอยู่ที่เริ่มต้นของทิศทางเสมอ และให้จุด O แกนของ Coordinate System จะไปตามแนวของทั้ง 3 ของหน่วยเซลล์ ดังนั้นเวกเตอร์ใด ๆ ที่ลากจะจุดเริ่มต้นก็คือทิศทาง และเวกเตอร์เหล่านี้ถือว่าอยู่ในลักษณะของหน่วยเวกเตอร์ (vector Unit) ซึ่งจะแสดงความสัมพันธ์ได้ดังนี้

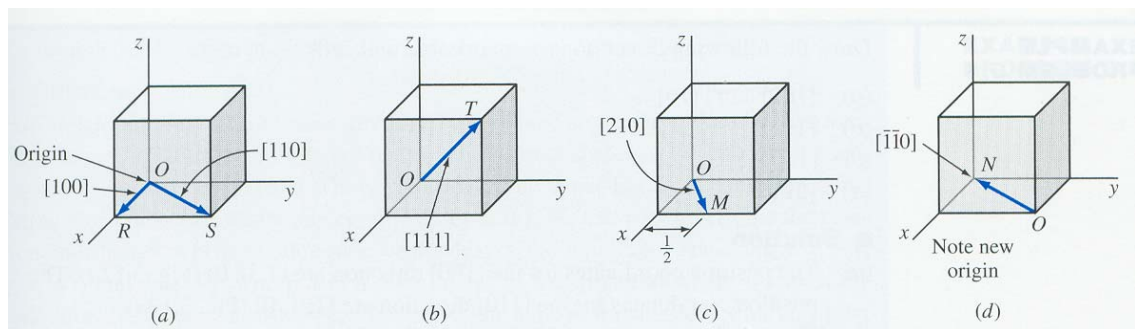
$$\text{เวกเตอร์ของทิศทาง} = ua + vb + wc$$

เมื่อ u, v และ w เป็นเลขจำนวนเต็มน้อย ๆ

a, b และ c เป็นทิศทางตามแกน x, y และ z ตามลำดับ

ดังนั้นจะกำหนดสัญลักษณ์ของทิศทางได้เป็น $[u\ v\ w]$

การพิจารณาค่าตามแกน X, Y, และ Z ย่อมมีค่าเป็นบวก หรือลบก็ได้ตามลักษณะทิศทาง ถ้าหากได้ค่าเป็นลบ ให้เขียนเครื่องหมายลบไว้เหนือค่า u, v หรือ w นั้น เช่น ถ้าค่าตามแกน x เป็นลบจะได้ทิศทางเป็น $[\bar{u}\ vw]$ ซึ่งเรียกว่าดัชนีของทิศทาง (Direction Indices)



ภาพที่ 3.16 แสดงตัวอย่างทิศทางของผลึกในหน่วยเซลล์สี่เหลี่ยมลูกบาศก์

ภาพ a ตำแหน่งของ coordinate ของทิศทางของเวกเตอร์ OR ที่พุ่งออกจากผิวของลูกบาศก์เป็น $(1, 0, 0)$ ดังนั้นดัชนีทิศทางของเวกเตอร์ OR จะเป็น $[100]$ และเวกเตอร์ OS เป็น $[110]$ ภาพ b ดัชนีทิศทางของเวกเตอร์ OT เป็น $[111]$

ภาพ c จะเห็นว่าตำแหน่งของ coordinate ของทิศทางของเวกเตอร์ OM เป็น $(1, \frac{1}{2}, 0)$ แต่ค่าของเวกเตอร์ทิศทางจะต้องเป็นจำนวนเต็ม ดังนั้นตำแหน่งของ coordinate ของทิศทางของเวกเตอร์ OM จึงต้องคูณด้วย 2 ทำให้ค่าของดัชนีทิศทางของเวกเตอร์ OM เป็น $2(1, \frac{1}{2}, 0) = [210]$ และสำหรับดัชนีทิศทางของเวกเตอร์ ON ก็จะเป็น $[\bar{1}\bar{1}0]$

ในการกำหนดดัชนีทิศทาง เราจะถือว่าเส้นตรงเวกเตอร์อื่น ๆ ทุกเส้นที่ขนานกับเส้นเวกเตอร์ทิศทางที่กำหนดนี้จะอยู่ในทิศทางเดียวกัน และมีค่าดัชนีทิศทางเท่ากัน ซึ่งเวกเตอร์อื่น ๆ ที่ขนานกันนี้อาจจะเกิดมาจากการกำหนดแกนอ้างอิงไม่ตรงกัน ตัวอย่างเช่น

$$[100], [010], [001], [010], [001], [100] = \langle 100 \rangle$$

ดังนั้นจึงมีการกำหนดดัชนีทิศทางที่เทียบเท่ากัน (Indices of a family) โดยใช้สัญลักษณ์ $\langle uvw \rangle$

3.6 ระนาบในผลึก และดัชนีมิลเลอร์ (Plane in Crystal and Miller Indices)

ในการเรียกระนาบ (Plane) ต่าง ๆ ภายในผลึกนั้น จะใช้ดัชนีมิลเลอร์ (Miller Indices) เป็นตัวบอกลักษณะของระนาบ โดยเรียกเป็นค่าตัวเลขที่ได้มาจากส่วนกลับของจุดตัด (Intercept) ของระนาบนั้น กับแกนอ้างอิงของผลึก (Crystal Axes) ที่กำหนดขึ้น

การหาค่าดัชนีมิลเลอร์ของระนาบ ทำได้ตามขั้นตอนดังนี้

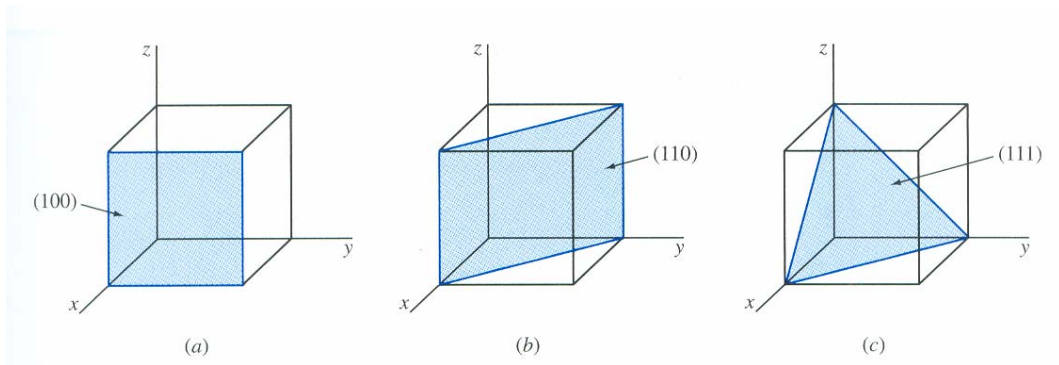
1. กำหนดแกนอ้างอิงขึ้น 3 แกน โดยเลือกจุดกำเนิด (Origin) ของแกนอ้างอิงไม่ให้ระนาบที่ต้องการหาค่าดัชนีมิลเลอร์

2. หาจุดตัดของระนาบนี้นับบนแกนอ้างอิงทั้งสาม และหาค่าขนาดระยะจุดตัดที่ห่างจากจุด เป็นที่ห่างจากจุดกำเนิด เป็นค่าตามสัดส่วนของหน่วยความยาวของแต่ละแกน สมมติว่าค่าที่อ่านได้เป็น x, y, z ตามลำดับ

3. หาเศษส่วนกลับ (Reciprocals) ของระยะจุดตัดดังกล่าว จะได้เป็น $\frac{1}{x}, \frac{1}{y}, \frac{1}{z}$

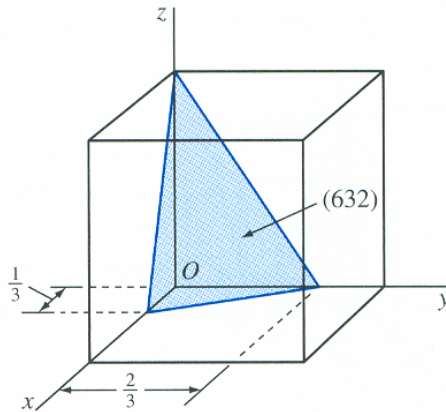
4. แปลงค่าเศษส่วนที่ได้จากข้อ 3 ให้เป็นเลขจำนวนเต็มค่าน้อยที่สุด โดยที่สัดส่วน (ratio) ระหว่างค่าทั้งสามยังคงเดิม สมมติว่าได้ค่า h, k, l ตามลำดับ

5. เขียนค่าดัชนีมิลเลอร์ของระนาบนี้ด้วยสัญลักษณ์ในวงเล็บคือ $(h \ k \ l)$



ภาพที่ 3.17 แสดงระนาบที่สำคัญในสี่เหลี่ยมลูกบาศก์

จากภาพที่ 3.17 แสดงระนาบที่สำคัญ 3 ระนาบในโครงสร้างผลึกสี่เหลี่ยมลูกบาศก์ ซึ่งใน ภาพ a นั้นจุดตัดแกนจะเป็น 1, ∞, ∞ ที่แกน X, Y, Z ตามลำดับ เมื่อนำค่าจุดตัดแกนที่ได้ไปกลับเศษส่วนจะได้เป็น $\frac{1}{1}, \frac{1}{\infty}, \frac{1}{\infty}$ ซึ่งมีค่าเท่ากับ 1, 0, 0 ดังนั้นค่าดัชนีมิลเลอร์จึงเป็น (100) และสำหรับ ภาพ b จุดตัดแกนเป็น 1, 1, ∞ ดังนั้นค่าดัชนีมิลเลอร์จึงเป็น (110) ในทำนองเดียวกันใน ภาพ c ค่าดัชนีมิลเลอร์เป็น (111)



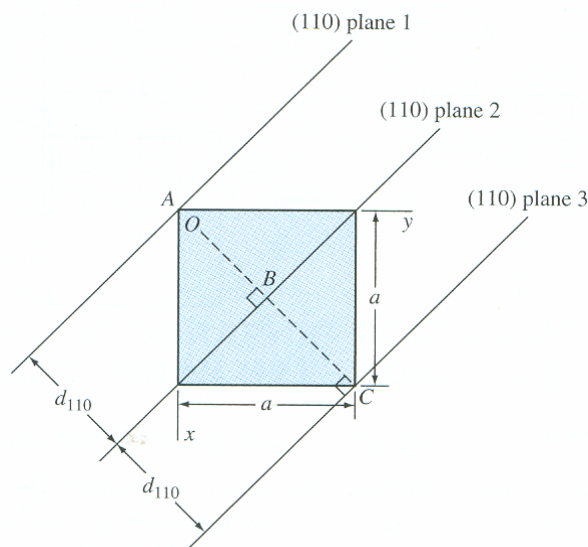
ภาพที่ 3.18 แสดงระนาบ (632) ในสี่เหลี่ยมลูกบาศก์

เมื่อพิจารณา ภาพที่ 3.18 จะเห็นว่าจุดตัดแกนจะเป็น $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1$ เมื่อกลับเศษส่วนแล้วจะได้ค่าเป็น $3, \frac{3}{2}, 1$ จะเห็นว่าไม่เป็นเลขจำนวนเต็ม ดังนั้นจึงต้องคูณด้วย 2 เพื่อจะได้เป็นเลขจำนวนเต็ม ทำให้ค่าที่ได้เป็น 6, 3, 2 และดัชนีมิลเลอร์เป็น (632)

ที่น่าสังเกตอีกประการหนึ่งก็คือ เราสามารถเลือกตำแหน่งอะตอมใด ๆ ก็ได้ภายในหน่วยเซลล์ให้เป็นจุดเริ่มต้น (Origin) ของแกนอ้างอิง ดังนั้นค่าของจุดตัดที่ได้จึงอาจเป็นได้ทั้ง

ค่าบวกและลบ อีกทั้งการกำหนดชื่อแกนอ้างอิงอาจไม่ตรงกัน ดังนั้นจึงอาจทำให้ได้ค่าดัชนีมิลเลอร์ของระนาบเดียวกันนั้นแตกต่างกันไป เช่นระนาบ (100) ใน cubic system อาจเขียนเป็นอื่นได้คือ (100), (010), (010), (100), (010) และ (001) เป็นต้น แต่อย่างไรก็ดีทางด้านของวิชาผลึกวิทยา (Crystallographic) แล้วจะไม่ถือว่าเรื่องนี้เป็นปัญหาสำคัญนำ เพราะจะสนใจเรื่องลักษณะการเรียงตัวของอะตอมในระนาบมากกว่า โดยปกติแล้วระนาบที่ต่างกันเฉพาะเครื่องหมาย และลำดับของตัวเลขนั้น ย่อมมีลักษณะการเรียงตัวของอะตอมเหมือนกัน ดังนั้นในแง่ของการศึกษาที่เกี่ยวกับระนาบซึ่งมีรูปแบบเทียบเท่ากันเช่นนี้ จึงจัดให้เป็นระนาบที่อยู่ในเครือของระนาบ (Family of Planes) เดียวกัน และเขียนแทนด้วยค่าดัชนีในวงเล็บปีกกา { }

ในโครงสร้างผลึกที่เป็นสี่เหลี่ยมลูกบาศก์ค่าของระยะห่างระนาบ (Interplanar Spacing) ที่ใกล้ที่สุดที่ขนานกันภายในหน่วยเซลล์โดยมีค่าดัชนีมิลเลอร์ที่เท่ากันจะแทนด้วยสัญลักษณ์ d_{hkl} ซึ่ง h , k , และ l ก็คือค่าของดัชนีมิลเลอร์ของระนาบนั้น ๆ



ภาพที่ 3.19 แสดงระยะห่างระหว่างระนาบ (110)

จากภาพที่ 3.19 ระยะห่างระหว่างระนาบ (110), d_{110} ของระนาบที่ 1 และ 2 ก็คือระยะ AB และระหว่างระนาบที่ 2 และ 3 ก็คือระยะ BC ซึ่งสามารถหาได้จากสมการ

$$d_{hkl} = \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}}$$

- ซึ่ง d_{hkl} = ระยะห่างระหว่างระนาบที่ใกล้ที่สุดที่ขนานกันในหน่วยเซลล์
 a = ขนาดของหน่วยเซลล์ (Lattice constant)
 h, k, l = ค่าของดัชนีมิลเลอร์ของระนาบที่ขนานกัน

ตัวอย่าง ทองแดงมีโครงสร้างเป็น FCC และมีขนาดของหน่วยเซลล์เท่ากับ 0.361 nm
 ให้หาค่าระยะห่างระหว่างระนาบ (220) ที่ขนานกันในหน่วยเซลล์

$$d_{hkl} = \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}}$$

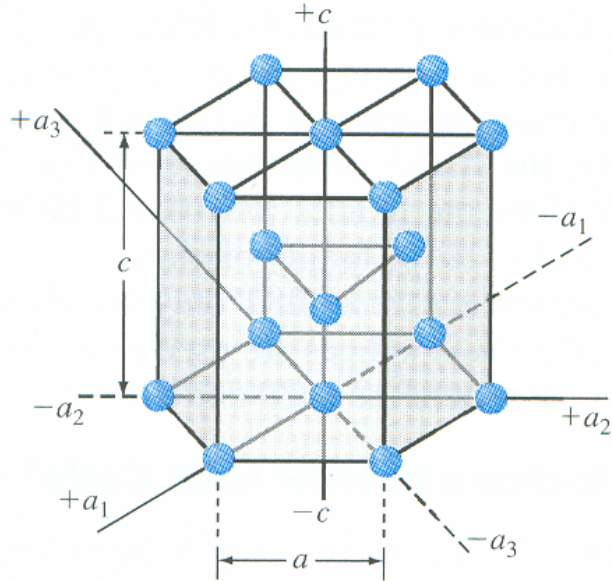
$$d_{200} = \left(\frac{0.361 \text{ nm}}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 0^2}} \right) = 0.128 \text{ nm}$$

3.7 ระนาบ และทิศทางสำหรับผลึกหกเหลี่ยม

(Crystallographic Planes and Directions in Hexagonal Unit Cells)

การหาดัชนีระนาบในผลึกหกเหลี่ยมต้องใช้แกน 4 แกน คือ แกนคือ แกนที่ระนาบฐาน 3 แกน (a_1, a_2, a_3) ทำมุม 120° ซึ่งกันและกัน) และแกนในแนวตั้ง (c ตั้งฉากกับแกน a_1, a_2 และ a_3) ซึ่ง ความยาวจากจุดเริ่มต้นไปตามแนวแกนทั้ง 3 จนถึงขอบหน่วยเซลล์ถือว่าเป็น 1 หน่วย และจากจุดเริ่มต้นไปตามแนวแกน c จนถึงขอบบนของหน่วยเซลล์ก็ถือว่าเป็น 1 หน่วยเช่นกัน

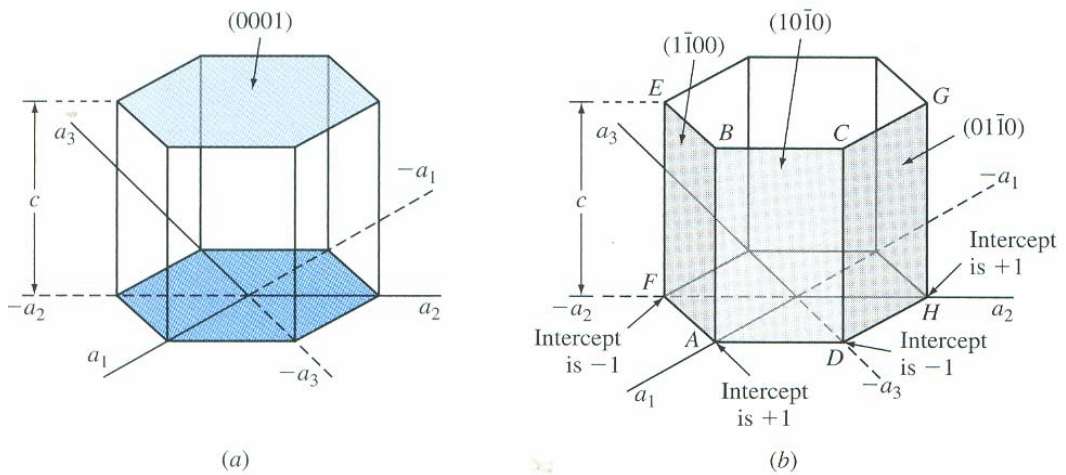
วิธีหาดัชนีมิลเลอร์ทำได้เช่นเดียวกับกรณีสี่เหลี่ยมลูกบาศก์ (คือหาค่าจุดตัดแกน) (Intercept) จากนั้นก็กลับเศษส่วน แล้วนำค่าที่ได้ไปใส่ในวงเล็บ โดยจะต้องเป็นเลขจำนวนเต็มค่าน้อยที่สุด) แต่สำหรับค่าดัชนีมิลเลอร์ของผลึกหกเหลี่ยมนี้จะแทนด้วยสัญลักษณ์ 4 ตัว คือ h, k, i และ l ซึ่งจะอยู่ในเครื่องหมายวงเล็บ ($hkil$) ซึ่งค่าตัวเลขเหล่านี้ก็คือ ค่าส่วนกลับของตำแหน่งที่ระนาบตัดกับแกน a_1, a_2 และ a_3 และ c และต้องอาศัยสมการ $h + k = -i$ เข้าช่วย เพราะค่าตามแกน a_1, a_2 และ a_3 มีความสัมพันธ์กันอยู่เช่นเดียวกับในกรณีของทิศทาง



ภาพที่ 3.20 แสดงแกนอ้างอิง 4 แกนในผลึกในผลึกหกเหลี่ยม

ระนาบฐาน (Basal planes)

ระนาบฐานของผลึกหกเหลี่ยมจะมีความสำคัญมากระนาบหนึ่งสำหรับหน่วยเซลล์ ซึ่งแสดงดังภาพ (a) จะเห็นว่าระนาบฐานจะเป็นระนาบที่ขนานกับแกน a_1 , a_2 และ a_3 ซึ่งจุดตัดแกนทั้ง 3 แกนจะเป็นค่าอนันต์ (Infinity, ∞) ดังนั้น $a_1 = \infty$, $a_2 = \infty$, $a_3 = \infty$ และจะตัดกับแกน c ที่ 1 หน่วย ($l = 1$) ซึ่งเมื่อกลับเศษส่วนจะได้ค่า $h = 0$, $k = 0$, $i = 0$ และ $l = 1$ และดัชนีมิลเลอร์ที่ระนาบฐานเป็น (0001)



ภาพที่ 3.21 แสดงค่าดัชนีมิลเลอร์ของผลึกรูปหกเหลี่ยม

(a) ระนาบฐาน

(b) ระนาบปริซึม

ระนาบปริซึม (Prism planes)

ระนาบปริซึมใช้เรียกระนาบด้านข้างผลึกหกเหลี่ยมซึ่งใน 1 หน่วยเซลล์จะมีอยู่ 6 ระนาบซึ่งวิธีการหาดัชนีมิลเลอร์ทำได้ดังนี้

สำหรับปริซึมด้านหน้า (ABCD) ในภาพ b จะได้ว่า $a_1 = +1$, $a_2 = \infty$, $a_3 = -1$ และ $c = \infty$ เมื่อกลับเศษส่วนจะได้ว่า $h = 1$, $k = 0$, $i = -1$ และ $l = 0$ หรือ $(10\bar{1}0)$ ในทำนองเดียวกันสำหรับระนาบปริซึม ABEF ก็จะได้ดัชนีมิลเลอร์เป็น $(10\bar{1}0)$ และระนาบ DCGH มีค่าเป็น $(10\bar{1}0)$ ซึ่งระนาบปริซึมทั้งหมดนี้สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเครือของระนาบได้เป็น $\{10\bar{1}0\}$

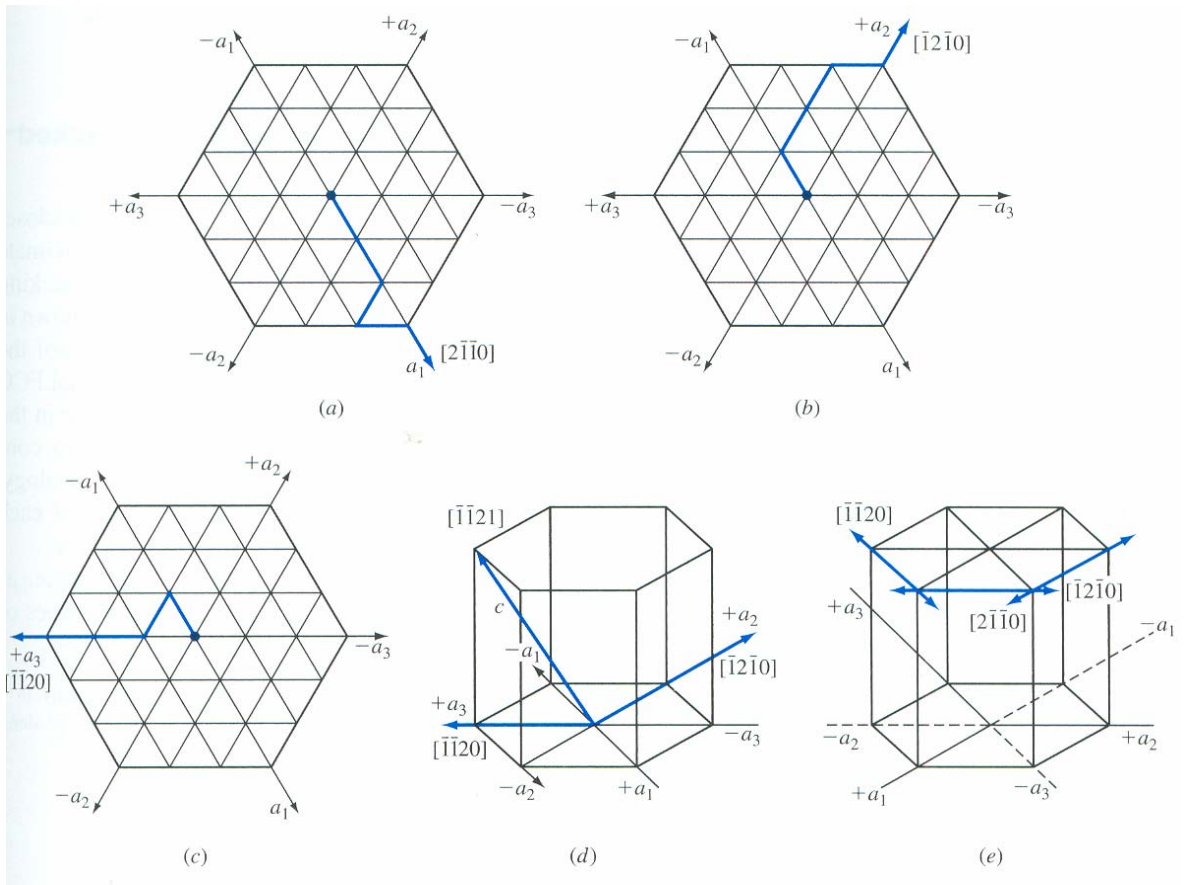
ในบางครั้งสำหรับการบอกดัชนีของผลึกหกเหลี่ยมสามารถที่จะบอกเพียง 3 แกน (hkl) ก็ได้โดย $h + k = -i$ แต่โดยส่วนมากจะนิยมบอกเป็น 4 แกนมากกว่าเนื่องจากจะเห็นภาพที่ชัดเจนกว่า

ดัชนีทิศทางในผลึกหกเหลี่ยม

การหาทิศทางในผลึกหกเหลี่ยม จะซับซ้อนกว่าวิธีที่กล่าวมา เพราะผลึกหกเหลี่ยมมีอยู่ถึง 4 แกน เพื่อให้ง่ายขึ้นควรแบ่งระนาบฐานของหกเหลี่ยมออกเป็น 3 เหลี่ยมเล็ก ๆ หลาย ๆ รูป แล้วพิจารณาค่าดัชนีทิศทางตามแนวแกน a_1 , a_2 , a_3 และ c ตามลำดับ โดยถือว่าแต่ละด้านของสามเหลี่ยมเป็น 1 หน่วย เนื่องจากในแนวระนาบฐานเดียวกันมีอยู่ 3 แกน หรือ ทิศทางคือ a_1 , a_2 , a_3 ซึ่งต่างก็ต่างก็ต่างก็ทำมุม 120° ซึ่งกันและกัน จะเห็นว่าค่าตามแนวแกน a_3 ไม่เป็นอิสระ โดยจะมีความสัมพันธ์กับค่าตามแกน a_1 , และ a_2 , ดังสมการ

$$h + k = -i$$

ดังนั้นดัชนีทิศทางของผลึกหกเหลี่ยมคือ $[hkil]$



ภาพที่ 3.22 แสดงทิศทางของผลึกหกเหลี่ยม

3.8 การคำนวณหาความหนาแน่นอะตอม, ความหนาแน่นของอะตอมบนระนาบและ ความหนาแน่นของอะตอมบนเส้นตรง

(Volume, Planar, and Linear Density Unit Cell Calculations)

3.8.1 การหาความหนาแน่น (Volume Density)

จากการสมมุติฐานที่ว่าอะตอมในโครงสร้างผลึกในหน่วยเซลล์ของโลหะจะเป็นรูปทรงกลม ดังนั้นค่าของความหนาแน่นสามารถคำนวณได้จากสมการ

$$\text{Volume density of metal} = \rho_v = \frac{\text{mass / unitcell}}{\text{volume / unitcell}}$$

จากตัวอย่างที่ จะเห็นว่าค่าของความหนาแน่นของทองแดงที่ได้จากการคำนวณมีค่าเท่ากับ 8.98 Mg/m^3 (8.98 g/cm^3) แต่จากการทดลองในห้องปฏิบัติการพบว่าค่าความหนาแน่นของทองแดงมีค่าเท่ากับ 8.96 Mg/m^3 (8.96 g/cm^3) ซึ่งจะมีค่าต่ำกว่า ที่เป็นเช่นนี้เนื่องจากว่าอาจจะเกิดความไม่สมบูรณ์ในผลึกขึ้นได้ ตัวอย่างเช่น ความไม่สมบูรณ์จุด เช่น

การหายไปของอะตอม (Vacancies) ความไม่สมบูรณ์เส้น (Line Imperfection) และความไม่สมบูรณ์ผิว (Surface Imperfection) เป็นต้น ซึ่งความไม่สมบูรณ์ของผลึกต่าง ๆ เหล่านี้จะกล่าวในบทที่ 4

ตัวอย่าง

ทองแดงมีโครงสร้างเป็น FCC และมีรัศมีอะตอมเท่ากับ 0.1278 nm จงคำนวณหาความหนาแน่นของทองแดงให้อยู่ในหน่วยของ Mg/m^3 (น้ำหนักอะตอมของทองแดง เท่ากับ 63.54 g/mol)

จากความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของหน่วยเซลล์ และรัศมีของอะตอมของโครงสร้าง FCC ซึ่งมีความสัมพันธ์เป็นดังสมการ $\sqrt{2}a = 4R$ ซึ่ง a คือขนาดของหน่วยเซลล์ (Lattice constant) และ R คือรัศมีอะตอม ดังนี้

$$a = \frac{4R}{\sqrt{2}} = \frac{(4)(0.1278 \text{ nm})}{\sqrt{2}} = 0.361 \text{ nm}$$

$$\text{จากสูตร ความหนาแน่นของทองแดง} = \rho_v = \frac{\text{mass / unitcell}}{\text{volume / unitcell}}$$

จากโครงสร้าง FCC ใน 1 หน่วยเซลล์จะมีจำนวนอะตอม = 4 อะตอม ดังนั้นน้ำหนักของทองแดงใน 1 หน่วยเซลล์จะมีค่าเท่ากับ

$$m = \frac{(4 \text{ atoms})(63.54 \text{ g / mol})}{6.02 \times 10^{23} \text{ atoms / mol}} \left(10^{-6} \frac{\text{Mg}}{\text{g}} \right) = 4.22 \times 10^{-28} \text{ Mg}$$

ปริมาตรของหน่วยเซลล์

$$V = a^3 = \left(0.361 \text{ nm} \times 10^{-9} \frac{\text{m}}{\text{nm}} \right)^3 = 4.70 \times 10^{-29} \text{ m}^3$$

ความหนาแน่นของทองแดงมีค่าเท่ากับ

$$\rho_v = \frac{m}{V} = \frac{4.22 \times 10^{-28} \text{ Mg}}{4.70 \times 10^{-29} \text{ m}^3} = 8.98 \text{ Mg / m}^3 \text{ (8.98 g/cm}^3\text{)}$$

3.8.2 การหาค่าความหนาแน่นของอะตอมบนระนาบ (Planar Atomic Density)

ในการหาค่าความหนาแน่นของอะตอมในแต่ละระนาบของผลึกนั้น หาได้จากความสัมพันธ์ต่อไปนี้

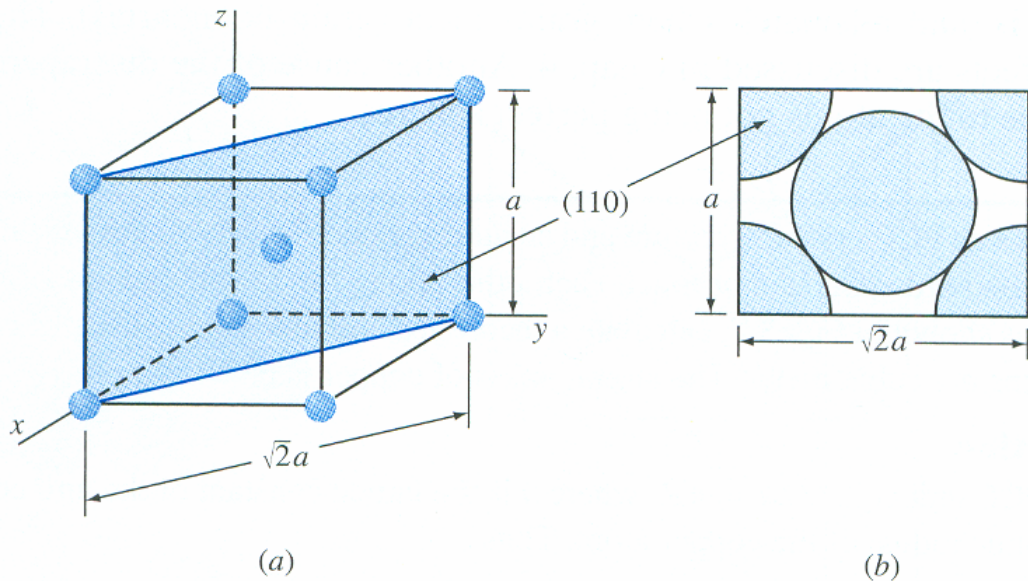
$$\text{Planar atomic density} = \rho_p$$

$$= \frac{\text{จำนวนของอะตอมที่ถูกตัดผ่านโดยระนาบที่ต้องการหา}}{\text{ระนาบ}}$$

ที่ต้องการหา

ตัวอย่าง

ให้คำนวณหาความหนาแน่นของอะตอมที่อยู่บนระนาบ (110) ของเหล็ก α ซึ่งมีโครงสร้างเป็น BCC โดยให้มีหน่วยเป็นอะตอมต่อตารางมิลลิเมตร (atoms per square millimeter) และเหล็ก α มีขนาดของหน่วยเซลล์เท่ากับ 0.287 nm



ภาพที่ 2.23 แสดงโครงสร้างผลึก BCC ในระนาบ (110)

จากภาพที่ 2.23 จะเห็นว่าจำนวนอะตอมในหน่วยเซลล์ที่ถูกระนาบ (110) ตัดผ่านจำนวน 2 อะตอม คือ

$$1 \text{ อะตอมตรงกลาง} + 4 \times \frac{1}{4} \text{ ของอะตอมที่อยู่ที่มุม 4 มุม} = 2 \text{ อะตอม}$$

พื้นที่ของระนาบ (110) ภายในหน่วยเซลล์มีค่าเท่ากับ

$$(\sqrt{2}a)(a) = \sqrt{2}a^2$$

ดังนั้นความหนาแน่นของอะตอมที่อยู่บนระนาบ (110) เป็น

$$\begin{aligned} \rho_p &= \frac{2 \text{ atoms}}{\sqrt{2}(0.287 \text{ nm})^2} = 17.2 \frac{\text{atoms}}{\text{nm}^2} \\ &= \frac{17.2 \text{ atoms}}{\text{nm}^2} \times \frac{10^{12} \text{ nm}^2}{\text{nm}^2} \\ &= 1.72 \times 10^{13} \text{ atoms/nm}^2 \end{aligned}$$

หนังสืออิเล็กทรอนิกส์	
ฟิสิกส์ 1(ภาคกลศาสตร์(ฟิสิกส์ 1 (ความร้อน)
ฟิสิกส์ 2	กลศาสตร์เวกเตอร์
โลหะวิทยาฟิสิกส์	เอกสารคำสอนฟิสิกส์ 1
ฟิสิกส์ 2 (บรรยาย(แก้ปัญหาฟิสิกส์ด้วยภาษา C
ฟิสิกส์พิศวง	สอนฟิสิกส์ผ่านทางอินเทอร์เน็ต
ทดสอบออนไลน์	วิดีโอการเรียนการสอน
หน้าแรกในอดีต	แผ่นใสการเรียนการสอน
เอกสารการสอน PDF	กิจกรรมการทดลองทางวิทยาศาสตร์
แบบฝึกหัดออนไลน์	สุดยอดสิ่งประดิษฐ์
การทดลองเสมือน	
บทความพิเศษ	ตารางธาตุไทย1) 2 (Eng)
พจนานุกรมฟิสิกส์	ลับสมองกับปัญหาฟิสิกส์
ธรรมชาติมหัศจรรย์	สูตรพื้นฐานฟิสิกส์
การทดลองมหัศจรรย์	ดาราศาสตร์ราชมงคล
แบบฝึกหัดกลาง	
แบบฝึกหัดโลหะวิทยา	แบบทดสอบ
ความรู้รอบตัวทั่วไป	อะไรเอ่ย ?
ทดสอบ)เกมเศรษฐี(คติปริศนา
ข้อสอบเอนทรานซ์	เฉลยกลศาสตร์เวกเตอร์
คำศัพท์ประจำสัปดาห์	
ความรู้รอบตัว	
การประดิษฐ์ของโลก	ผู้ได้รับโนเบลสาขาฟิสิกส์
นักวิทยาศาสตร์เทศ	นักวิทยาศาสตร์ไทย
ดาราศาสตร์พิศวง	การทำงานของอุปกรณ์ทางฟิสิกส์
การทำงานของอุปกรณ์ต่าง ๆ	

● การเรียนการสอนฟิสิกส์ 1 ผ่านทางอินเทอร์เน็ต ●	
1. การวัด	2. เวกเตอร์
3. การเคลื่อนที่แบบหนึ่งมิติ	4. การเคลื่อนที่บนระนาบ
5. กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน	6. การประยุกต์กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน
7. งานและพลังงาน	8. การดลและโมเมนตัม
9. การหมุน	10. สมดุลของวัตถุแข็งเกร็ง
11. การเคลื่อนที่แบบคาบ	12. ความยืดหยุ่น
13. กลศาสตร์ของไหล	14. ปริมาณความร้อน และ กลไกการถ่ายโอนความร้อน
15. กฎข้อที่หนึ่งและสองของเทอร์โมไดนามิก	16. คุณสมบัติเชิงโมเลกุลของสสาร
17. คลื่น	18. การสั่น และคลื่นเสียง
● การเรียนการสอนฟิสิกส์ 2 ผ่านทางอินเทอร์เน็ต ●	
1. ไฟฟ้าสถิต	2. สนามไฟฟ้า
3. ความกว้างของสายฟ้า	4. ตัวเก็บประจุและการต่อตัวต้านทาน
5. ศักย์ไฟฟ้า	6. กระแสไฟฟ้า
7. สนามแม่เหล็ก	8. การเหนี่ยวนำ
9. ไฟฟ้ากระแสสลับ	10. ทรานซิสเตอร์
11. สนามแม่เหล็กไฟฟ้าและเสาอากาศ	12. แสงและการมองเห็น
13. ทฤษฎีสัมพัทธภาพ	14. กลศาสตร์ควอนตัม
15. โครงสร้างของอะตอม	16. นิวเคลียร์
● การเรียนการสอนฟิสิกส์ทั่วไป ผ่านทางอินเทอร์เน็ต ●	
1. จลศาสตร์ (kinematic)	2. จลพลศาสตร์ (kinetics)
3. งานและโมเมนตัม	4. ซิมเปิลฮาร์โมนิก คลื่น และเสียง
5. ของไหลกับความร้อน	6. ไฟฟ้าสถิตกับกระแสไฟฟ้า
7. แม่เหล็กไฟฟ้า	8. คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้ากับแสง
9. ทฤษฎีสัมพัทธภาพ อะตอม และนิวเคลียร์	

