

ในบทที่แล้ว กฎของเลนซ์ทำให้ทราบว่า เมื่อกระแสไฟฟ้าที่ผ่านขดลวดเปลี่ยนแปลง ขดลวดจะสร้างกระแสเหนี่ยวนำเพื่อต่อต้านการเปลี่ยนแปลงฟลักซ์แม่เหล็กที่เกิดขึ้น และเรียกความสามารถในการต่อต้านการเปลี่ยนแปลงฟลักซ์แม่เหล็กของระบบใด ๆ ว่า **ความเหนี่ยวนำ (Inductance)**

### 11.1 ความเหนี่ยวนำตัวเอง (Self-Inductance)

นิยามความเหนี่ยวนำ (L) ของขดลวดเหนี่ยวนำจากกฎของฟาราเดย์ ได้ดังนี้

$$\varepsilon_L = -N \frac{d\phi_B}{dt} = -L \frac{dI}{dt} \quad (11-1)$$

ดังนั้น

$$L = \frac{N\phi_B}{I} \quad (11-2)$$

ในระบบ SI ความเหนี่ยวนำมีหน่วยเป็น เฮนรี (H) โดยที่  $1 \text{ H} = 1 \text{ Wb/A} = 1 \text{ T}\cdot\text{m}^2/\text{A}$

**ตัวอย่างที่ 1 :** จงคำนวณความเหนี่ยวนำของขดลวดโซลินอยด์ พันเป็นจำนวน N รอบ จนมีความยาว l พื้นที่หน้าตัด A

**วิธีทำ :** คำนวณสนามแม่เหล็กและฟลักซ์แม่เหล็ก นำไปสู่ค่าความเหนี่ยวนำของขดลวด

$$B = \mu_0 I \frac{N}{l}$$

$$\phi_B = AB = \mu_0 I \frac{NA}{l}$$

$$L = \frac{N\phi_B}{I}$$

$$L = \mu_0 \frac{N^2 A}{l} = \mu_0 \frac{(nl)^2 A}{l} = \mu_0 n^2 V$$

### 11.2 ความเหนี่ยวนำร่วม (Mutual Inductance)

ในบางกรณีการเปลี่ยนแปลงฟลักซ์แม่เหล็กในขดลวดหนึ่ง เกิดจากการเปลี่ยนแปลงกระแสในอีกขดลวดหนึ่ง เรียกว่า **การเหนี่ยวนำร่วม** ความเหนี่ยวนำร่วม ( $M_{21}$ ) ของขดลวด 2 เนื่องจากการเปลี่ยนแปลงกระแสในขดที่ 1

$$M_{21} = \frac{N_2\phi_{12}}{I_1} \quad (11-3)$$

แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำของขดลวด 2 คือ

$$\varepsilon_2 = -N_2 \frac{d\phi_{12}}{dt} = -N_2 \frac{d}{dt} \left( \frac{M_{21}I_1}{N_2} \right) = -M_{21} \frac{dI_1}{dt} \quad (11-4)$$

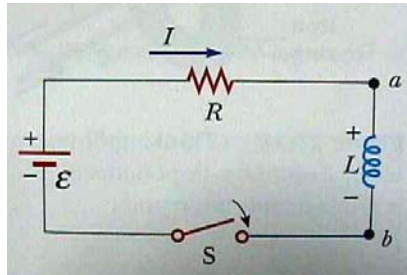
ถ้ากระแสในขดลวด 2 เปลี่ยนด้วย

$$\varepsilon_1 = -M_{12} \frac{dI_2}{dt} \quad (11-5)$$

โดยที่  $M_{21} = M_{12}$

## 11.3 วงจร RL

จากคุณสมบัติต่อต้านการเปลี่ยนแปลงของฟลักซ์แม่เหล็ก ตัวเหนี่ยวนำจึงสามารถช่วยไม่ให้กระแสในวงจรเพิ่มขึ้นหรือลดลงอย่างกะทันหัน และเรียกวงจรที่มีตัวเหนี่ยวนำต่อเข้ากับตัวต้านทานว่า **วงจร RL**



ภาพที่ 11-1 วงจร RL

จาก Loop Rule ของเคอร์ชอฟ

$$\varepsilon - IR + \varepsilon_L = 0 \quad (11-6)$$

$$\varepsilon - IR - L \frac{dI}{dt} = 0 \quad (11-7)$$

กำหนดตัวแปร  $x$  ดังนี้

$$x = \left( \frac{\varepsilon}{R} \right) - I \quad (11-8)$$

จะได้

$$I = \left( \frac{\varepsilon}{R} \right) - x \quad (11-9)$$

$$dx = -dI \quad (11-10)$$

แทนค่า  $I$  และ  $dI$  ลงในสมการ Loop Rule

$$\varepsilon - \left( \frac{\varepsilon}{R} - x \right) R - L \frac{dx}{dt} = 0$$

$$x - \frac{L}{R} \left( \frac{dx}{dt} \right) = 0$$

$$\frac{dx}{x} = -\frac{R}{L} dt$$

$$\ln \frac{x}{x_0} = -\frac{R}{L} t \Rightarrow x = x_0 e^{-\frac{R}{L} t}$$

แทนค่า  $x$  และจัดสมการ

$$\frac{\varepsilon}{R} - I = \left( \frac{\varepsilon}{R} - I_0 \right) e^{-\frac{R}{L} t}$$

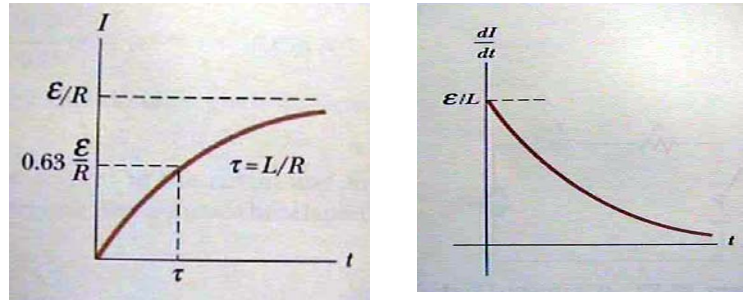
$$\frac{\varepsilon}{R} - I = \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{R}{L} t} - I_0 e^{-\frac{R}{L} t}$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R} - \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{R}{L} t} + I_0 e^{-\frac{R}{L} t} = \frac{\varepsilon}{R} \left( 1 - e^{-\frac{R}{L} t} \right) + I_0 e^{-\frac{R}{L} t}$$

กระแสไฟฟ้าเป็นศูนย์ ที่เวลาเริ่มต้น  $I_0 = 0$  ดังนั้น

$$I = \frac{\varepsilon}{R} \left( 1 - e^{-\frac{R}{L} t} \right) \quad (11-11)$$

จากสมการ กระแสเพิ่มขึ้นตามเวลา และเมื่อผ่านไปเท่ากับค่าคงที่เวลา (Time Constant  $\tau = L/R$ ) กระแสจะเป็น 63% ของค่าสูงสุด



ภาพที่ 11-2 กราฟกระแสและอัตราการเปลี่ยนแปลงกระแสเป็นฟังก์ชันของเวลาในวงจร RL

พิจารณาอนุพันธ์ คืออัตราการเปลี่ยนแปลงกระแสเทียบกับเวลาจะได้

$$\frac{dI}{dt} = \frac{\varepsilon}{L} e^{-\frac{R}{L}t} \quad (11-12)$$

#### 11.4 พลังงานที่สะสมอยู่ในตัวเหนี่ยวนำ

พิจารณากฎเคอร์ซอพสำหรับวงจร RL

$$\varepsilon - IR - L \frac{dI}{dt} = 0 \quad (11-13)$$

$$\varepsilon = IR + L \frac{dI}{dt} \quad (11-14)$$

คูณกระแสเข้าทั้งสองข้าง

$$I\varepsilon = I^2R + LI \frac{dI}{dt} \quad (11-15)$$

สมการที่ได้เป็นสมการที่บอกอัตราการใช้พลังงานของอุปกรณ์ต่าง ๆ ในวงจร (กำลังไฟฟ้า) เทอมซ้ายในวงจรคือ อัตราการจ่ายพลังงานจากแบตเตอรี่ เทอมที่หนึ่งด้านขวาเกิดจากตัวต้านทาน เทอมที่สองด้านขวาเกิดจากขดลวดเหนี่ยวนำ

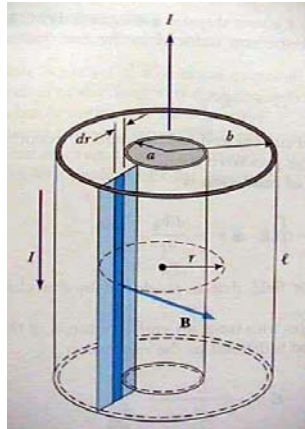
สำหรับขดลวด

$$\frac{dU_B}{dt} = LI \frac{dI}{dt} \quad (11-16)$$

$$U_B = \int_0^I LI dI = \frac{1}{2} LI^2 \quad (11-17)$$

(สำหรับตัวเก็บประจุ  $U = \frac{1}{2} CV^2$  )

**ตัวอย่างที่ 2 :** จงคำนวณความเหนี่ยวนำและพลังงานที่สะสมของสาย Coaxial ดังภาพ แต่ละชั้นมีกระแสไหล  $I$



ภาพที่ 11-3 ภาพประกอบตัวอย่างที่ 2

**วิธีทำ :** คำนวณฟลักซ์แม่เหล็กในสาย นำไปสู่ค่าความเหนี่ยวนำของขดลวด

$$\begin{aligned}\phi_B &= \int \vec{B} \cdot d\vec{A} \\ &= \int_a^b \frac{\mu I}{2\pi r} l \cdot dr = \frac{\mu_0 I l}{2\pi} \int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 I l}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)\end{aligned}$$

จาก

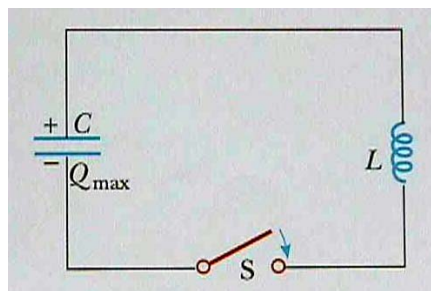
$$L = \frac{\phi_B}{I}$$

แทนค่า  $\phi_B$  จะได้

$$L = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$U = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{\mu_0 I^2 l}{4\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

### 11.5 การสั่นในวงจร LC



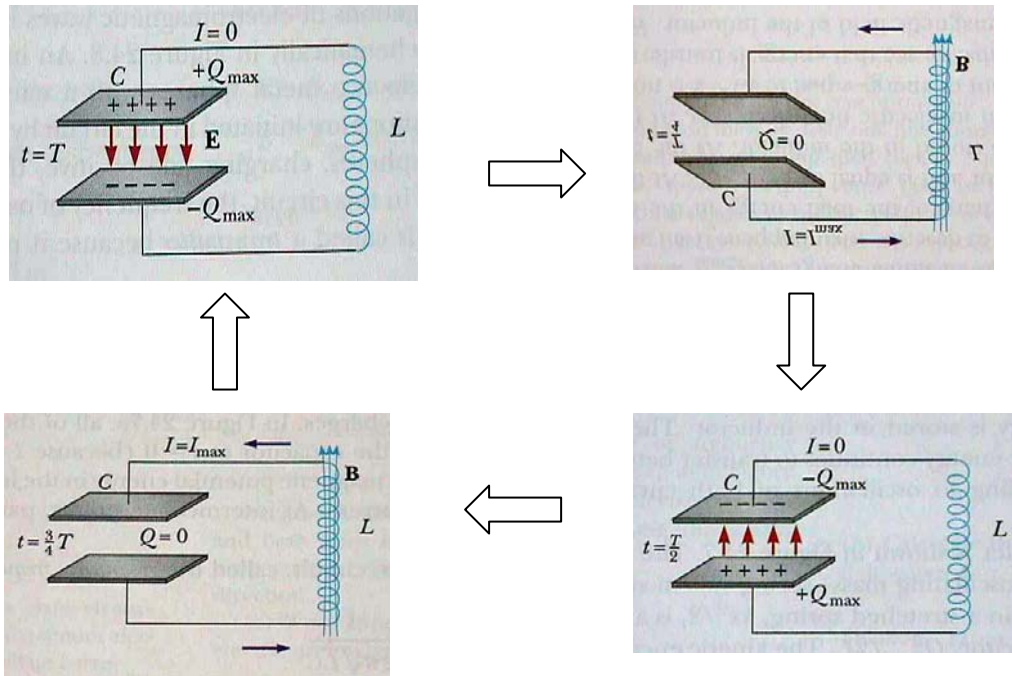
ภาพที่ 11-4 วงจร LC

เมื่อนำเอาตัวเก็บประจุที่ชาร์จไว้แล้ว ต่อเข้ากับตัวเหนี่ยวนำ (โดยสมมติว่าความต้านทานในวงจรเป็นศูนย์) จะมีการถ่ายเทพลังงานที่สะสมระหว่างตัวเก็บประจุกับตัวเหนี่ยวนำ ไปมา

$$\frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \leftrightarrow \frac{1}{2} L \left( \frac{dQ}{dt} \right)^2 \quad (11-18)$$

ความถี่เรโซแนนซ์ของการสั่น คือ

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (11-19)$$



ภาพที่ 11-5 การเปลี่ยนแปลงในวงจร LC

วงจร LC นี้สามารถกำเนิดคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าได้ ซึ่งจะกล่าวถึงในบทที่ 16

### 11.6 วงจร RLC

เมื่อมีตัวเก็บประจุ ตัวต้านทาน และตัวเหนี่ยวนำต่อเข้าด้วยกัน สามารถเขียนความสัมพันธ์จากกฎของเคอร์ชอฟฟ์ได้

$$\frac{Q}{C} + L \frac{dI}{dt} + IR = 0 \quad (11-20)$$

$$\frac{Q}{C} + L \frac{d^2Q}{dt^2} + R \frac{dQ}{dt} = 0 \quad (11-21)$$

หรือได้ว่า

$$L \frac{d^2Q}{dt^2} + R \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = 0 \quad (11-22)$$

สามารถเปรียบเทียบกับสมการสั่นแบบ Damped Harmonic

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + kx = 0 \quad (11-23)$$

จากภาพ สมการประจุในวงจรจะลดลงเรื่อย ๆ เนื่องจากการใช้พลังงานของตัวต้านทาน

หนังสืออิเล็กทรอนิกส์	
ฟิสิกส์ 1(ภาคกลศาสตร์(	ฟิสิกส์ 1 (ความร้อน)
ฟิสิกส์ 2	กลศาสตร์เวกเตอร์
โลหะวิทยาฟิสิกส์	เอกสารคำสอนฟิสิกส์ 1
ฟิสิกส์ 2 (บรรยาย(	แก้ปัญหาฟิสิกส์ด้วยภาษา C
ฟิสิกส์พิศวง	สอนฟิสิกส์ผ่านทางอินเตอร์เน็ต
ทดสอบออนไลน์	วิดีโอการเรียนการสอน
หน้าแรกในอดีต	แผ่นใสการเรียนการสอน
เอกสารการสอน PDF	กิจกรรมการทดลองทางวิทยาศาสตร์
แบบฝึกหัดออนไลน์	สุดยอดสิ่งประดิษฐ์
การทดลองเสมือน	
บทความพิเศษ	ตารางธาตุ)ไทย1) 2 (Eng)
พจนานุกรมฟิสิกส์	ลับสมองกับปัญหาฟิสิกส์
ธรรมชาติมหัศจรรย์	สูตรพื้นฐานฟิสิกส์
การทดลองมหัศจรรย์	ดาราศาสตร์ราชมงคล
แบบฝึกหัดกลาง	
แบบฝึกหัดโลหะวิทยา	แบบทดสอบ
ความรู้รอบตัวทั่วไป	อะไรเอ่ย ?
ทดสอบ)เกมเศรษฐี(	คติปริศนา
ข้อสอบเอนทรานซ์	เฉลยกลศาสตร์เวกเตอร์
คำศัพท์ประจำสัปดาห์	
ความรู้รอบตัว	
การประดิษฐ์ของโลก	ผู้ได้รับโนเบลสาขาฟิสิกส์
นักวิทยาศาสตร์เทศ	นักวิทยาศาสตร์ไทย
ดาราศาสตร์พิศวง	การทำงานของอุปกรณ์ทางฟิสิกส์
การทำงานของอุปกรณ์ต่าง ๆ	

 <b>การเรียนรู้การสอนฟิสิกส์ 1 ผ่านทางอินเทอร์เน็ต</b> 	
1. การวัด	2. เวกเตอร์
3. การเคลื่อนที่แบบหนึ่งมิติ	4. การเคลื่อนที่บนระนาบ
5. กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน	6. การประยุกต์กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน
7. งานและพลังงาน	8. การดลและโมเมนตัม
9. การหมุน	10. สมดุลของวัตถุแข็งเกร็ง
11. การเคลื่อนที่แบบคาบ	12. ความยืดหยุ่น
13. กลศาสตร์ของไหล	14. ปริมาณความร้อน และ กลไกการถ่ายโอนความร้อน
15. กฎข้อที่หนึ่งและสองของเทอร์โมไดนามิก	16. คุณสมบัติเชิงโมเลกุลของสสาร
17. คลื่น	18. การสั่น และคลื่นเสียง
 <b>การเรียนรู้การสอนฟิสิกส์ 2 ผ่านทางอินเทอร์เน็ต</b> 	
1. ไฟฟ้าสถิต	2. สนามไฟฟ้า
3. ความกว้างของสายฟ้า	4. ตัวเก็บประจุและการต่อตัวต้านทาน
5. ศักย์ไฟฟ้า	6. กระแสไฟฟ้า
7. สนามแม่เหล็ก	8. การเหนี่ยวนำ
9. ไฟฟ้ากระแสสลับ	10. ทรานซิสเตอร์
11. สนามแม่เหล็กไฟฟ้าและเสาอากาศ	12. แสงและการมองเห็น
13. ทฤษฎีสัมพัทธภาพ	14. กลศาสตร์ควอนตัม
15. โครงสร้างของอะตอม	16. นิวเคลียร์
 <b>การเรียนรู้การสอนฟิสิกส์ทั่วไป ผ่านทางอินเทอร์เน็ต</b> 	
1. จลศาสตร์ (kinematic)	2. จลพลศาสตร์ (kinetics)
3. งานและโมเมนตัม	4. ซิมเปิลฮาร์โมนิก คลื่น และเสียง
5. ของไหลกับความร้อน	6. ไฟฟ้าสถิตกับกระแสไฟฟ้า
7. แม่เหล็กไฟฟ้า	8. คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้ากับแสง
9. ทฤษฎีสัมพัทธภาพ อะตอม และนิวเคลียร์	

