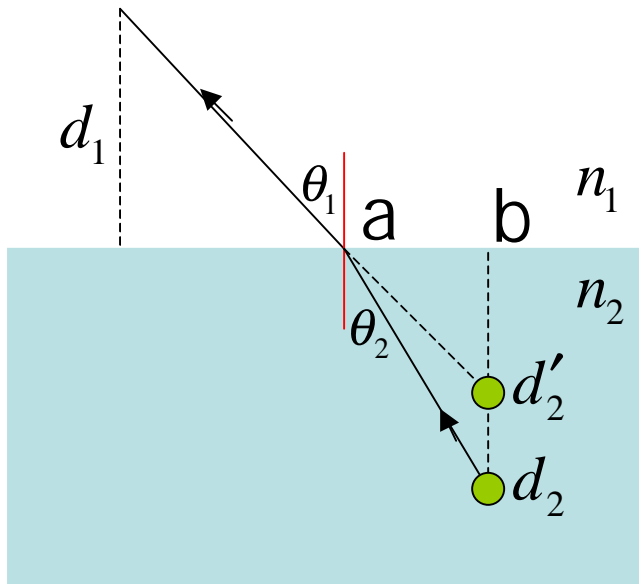


2.4 การเกิดภาพจากแสงหักเห

- ภาพจากจุดวัตถุ แสงหักเหที่ผิวเรียบ



d_2 เป็นความลึกจริง

d_2' เป็นความลึกที่ปรากฏ

$$ab = d_2 \tan \theta_2 = d_2' \tan \theta_1$$

$$\rightarrow d_2' = d_2 \frac{\tan \theta_2}{\tan \theta_1} = d_2 \frac{n_1 \cos \theta_1}{n_2 \cos \theta_2}$$

แต่เพราะว่า

$$\cos \theta_2 = \sqrt{1 - \sin^2 \theta_2}$$

$$= \sqrt{1 - (n_1/n_2)^2 \sin^2 \theta_1}$$

ดังนั้น

$$d_2' = d_2 \frac{(n_1/n_2) \sqrt{1 - \sin^2 \theta_1}}{\sqrt{1 - (n_1/n_2)^2 \sin^2 \theta_1}}$$



ตัวอย่าง

- ปลาว่ายอยู่ในน้ำที่ระดับความลึก 1.0 m. ถ้าเราก็มองดูโดยแนงสายตาทำมุม 60 องศา กับผิวน้ำ เราจะมองเห็นปลาที่ระดับความลึกเท่าใด?

$$n_1 = 1.0, n_2 = 1.3$$

$$\theta_1 = 90 - 60 = 30^\circ, d_2 = 1.0m$$

$$\rightarrow d'_2 = (1.0m) \frac{(1/1.3)\sqrt{1 - \sin^2 30^\circ}}{\sqrt{1 - (1/1.3)^2 \sin^2 30^\circ}}$$

$$d'_2 = (1.0m) \frac{(\frac{1}{1.3})(\frac{1}{2})}{0.86}$$

$$\approx 0.45m = 45cm.$$

$$\sin 30^\circ = \sqrt{3}/2$$

$$\sin^2 30^\circ = 3/4$$

$$\sqrt{1 - \sin^2 30^\circ}$$

$$= \sqrt{1 - 3/4} = \sqrt{1/4} = 1/2$$

$$\sqrt{1 - (\frac{1}{1.3})^2 \sin^2 30^\circ}$$

$$= \sqrt{1 - \frac{1}{2.7} \frac{3}{4}} = \sqrt{1 - \frac{1}{3.6}}$$

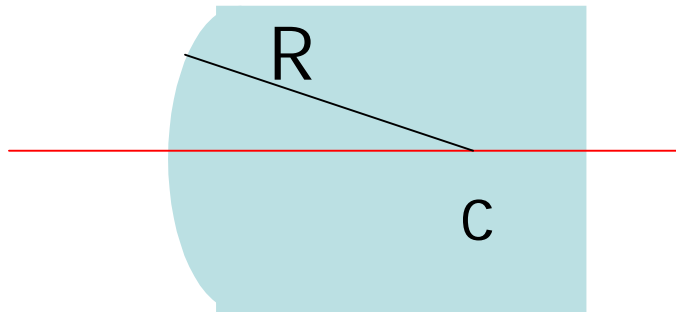
$$= (1 - \frac{1}{3.6})^{1/2}$$

$$\approx 1 - \frac{1}{2}(\frac{1}{3.6}) = \frac{6.2}{7.2} = 0.86$$



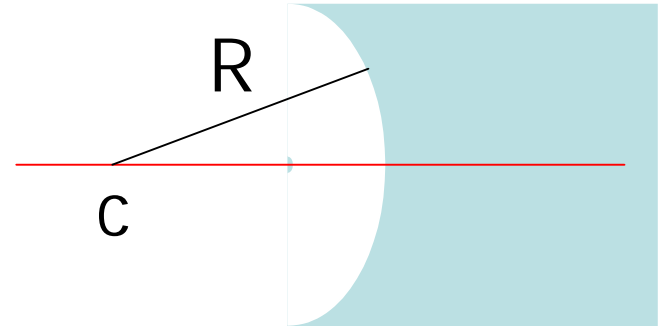
- ผิวโค้ง

ผิวนูน



$$R \rightarrow +ve$$

ผิวเว้า



$$R \rightarrow -ve$$

- เลนส์หนา



เลนส์นูน

เลนส์เว้า

- เลนส์บาง

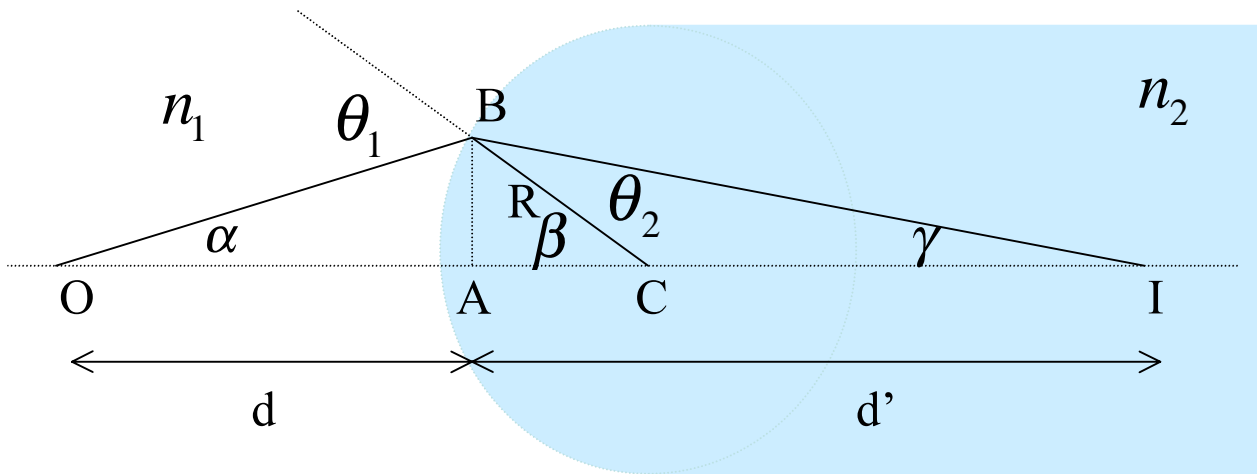


เลนส์นูน

เลนส์เว้า



- ภาพจุดวัตถุจากแสงหักเหที่ผิวขนาน



$$\Delta OBC \rightarrow \beta = \theta_1 - \alpha$$

$$\Delta BCI \rightarrow \theta_2 + \gamma = \beta$$

จากสมการการหักเห

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

$$\rightarrow n_1 \theta_1 \approx n_2 \theta_2$$

$$\rightarrow n_1 \alpha + n_1 \beta \approx n_2 \beta - n_2 \gamma$$

$$\alpha \approx \tan \alpha = AB / d$$

$$\beta \approx \tan \beta = AB / R$$

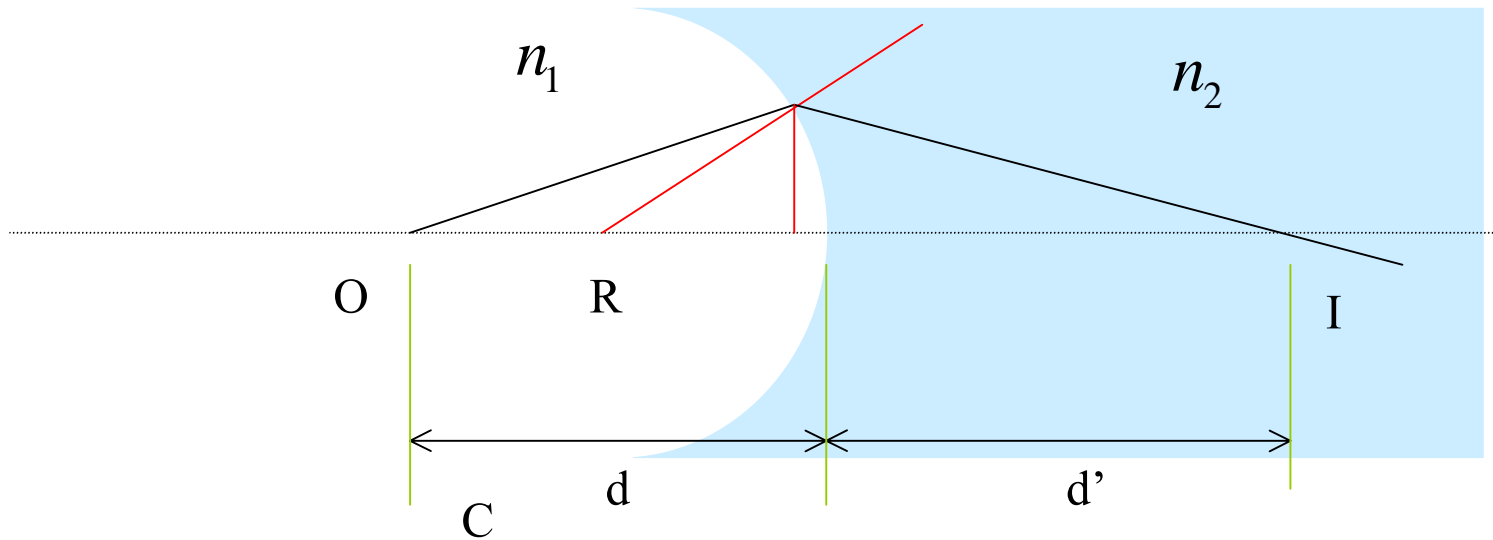
$$\gamma \approx \tan \gamma = AB / d'$$

สมการพีวโคง

$$\boxed{\frac{n_1}{d} + \frac{n_2}{d'} = \frac{n_2 - n_1}{R}}$$



R - รัศมีความโค้ง --> -ve



สมการผิวโค้ง

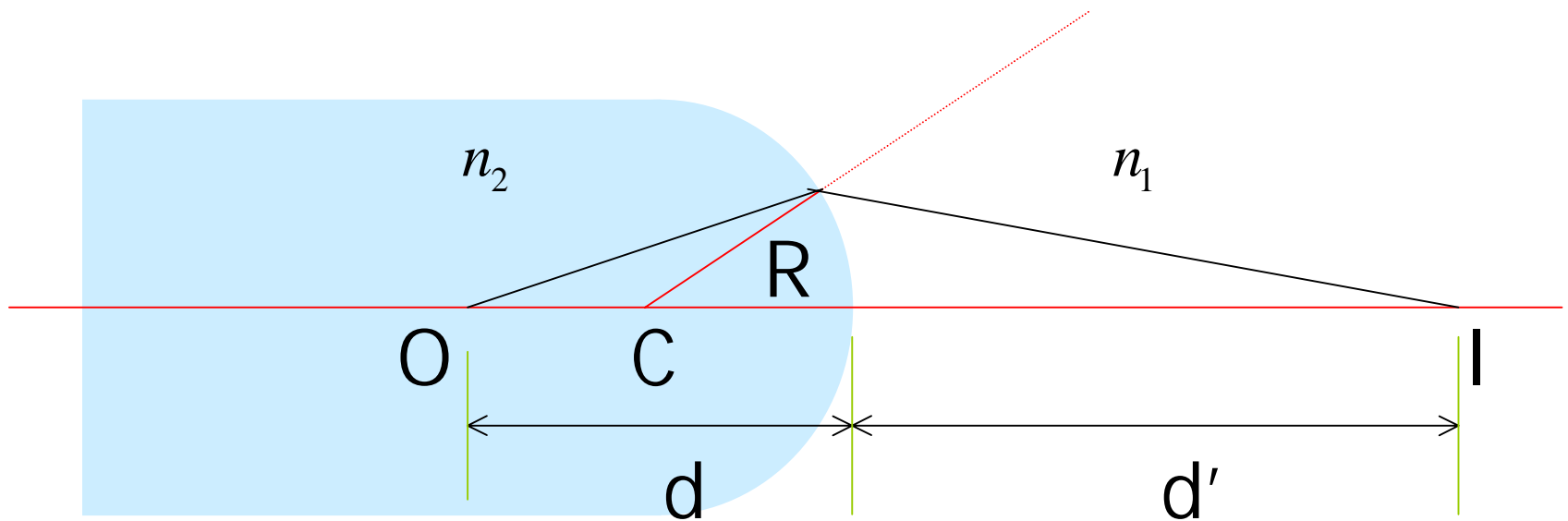
$$\frac{n_1}{d} + \frac{n_2}{d'} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

ระยะวัตถุ(หน้า)-->จริง (บวก)

ระยะภาพ(หลัง)-->จริง (บวก)



R - รัศมีความโค้ง --> เป็นลบ



สมการผิวโค้ง

$$\frac{n_2}{d} + \frac{n_1}{d'} = \frac{n_1 - n_2}{R}$$

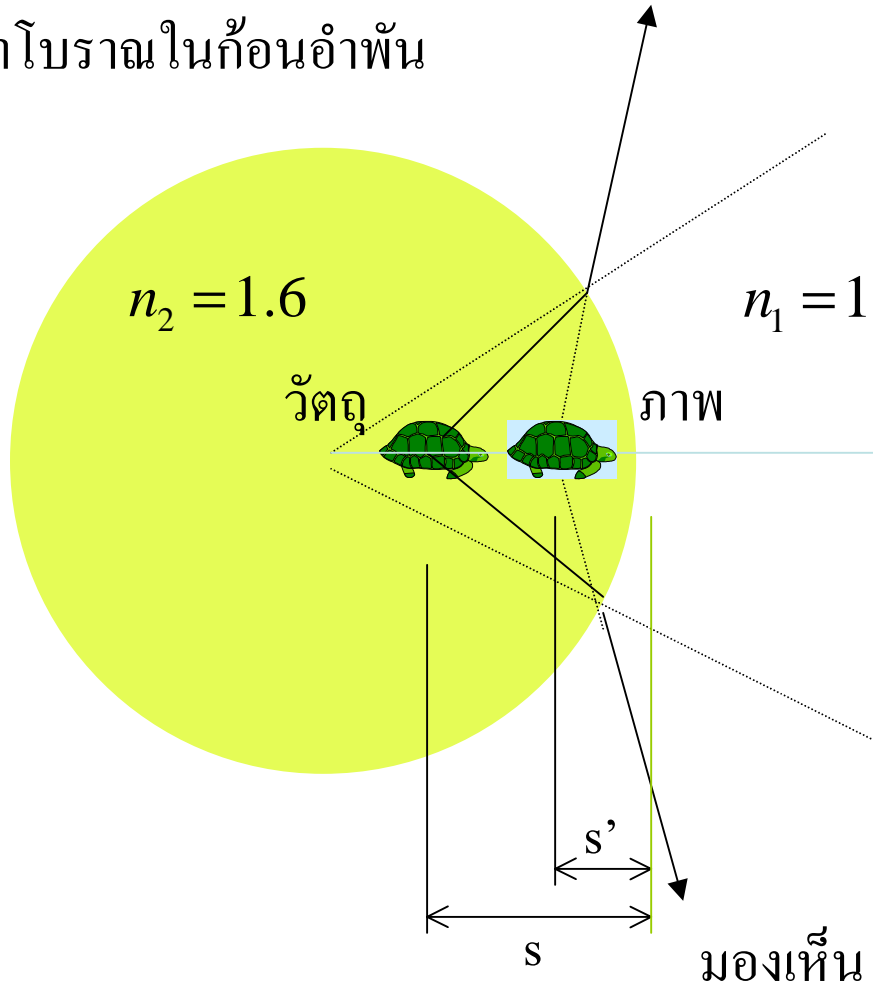
ระยะวัตถุ --> จริง (บวก)

ระยะภาพ --> จริง (บวก)



ตัวอย่าง

เต่าโบราณในก้อนอำพัน



สมการพิวโคง

$$\frac{n_2}{d} + \frac{n_1}{d'} = \frac{n_1 - n_2}{R}$$

$$R = 10\text{ cm}, d = 5.0\text{ cm}$$

$$\frac{1.6}{5.0} + \frac{1}{d'} = \frac{1.0 - 1.6}{-10} = \frac{0.6}{10}$$

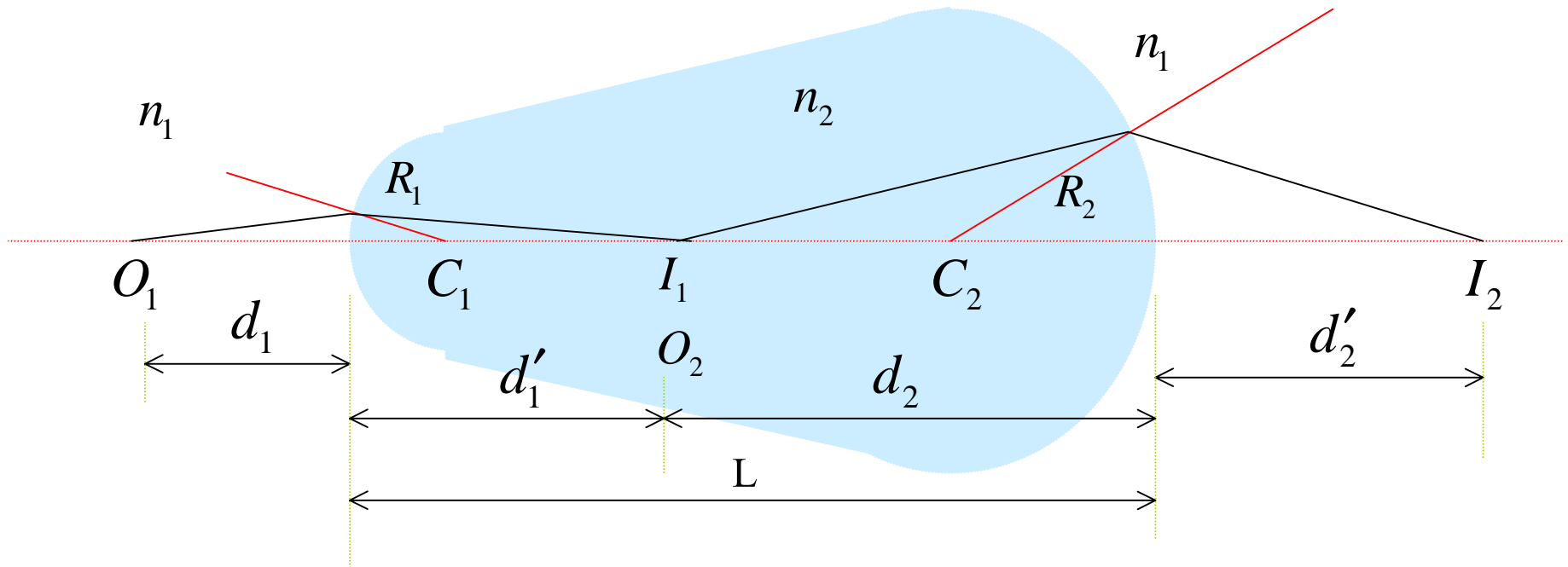
$$\frac{1}{d'} = \frac{0.6}{10} - \frac{1.6}{5} = \frac{0.6}{10} - \frac{3.2}{10} = -\frac{2.6}{10}$$

$$\rightarrow d' = -\frac{10}{2.6} = -3.9\text{ cm}$$

เครื่องหมายลบบอกว่า
เป็นภาพเสมือน



- ภาพจากการหักเหที่ผิวโค้ง 2 ผิว - เลนส์หนา



ผิวโค้งที่ 1

$$\frac{n_1}{d_1} + \frac{n_2}{d'_1} = \frac{n_2 - n_1}{R_1}$$

ผิวโค้งที่ 2

$$\frac{n_2}{d_2} + \frac{n_1}{d'_2} = \frac{n_1 - n_2}{R_2}$$



การคำนวณ

เราต้องการสมการผิวโค้งทั้งสองที่อยู่ในรูปของ

$$d_1, d'_2, R_1, R_2, n_1, n_2$$

เนื่องจากว่า $d_2 = L - d'_1$ เราสามารถกำจัด d'_1 ออกจากสมการทั้งสองได้

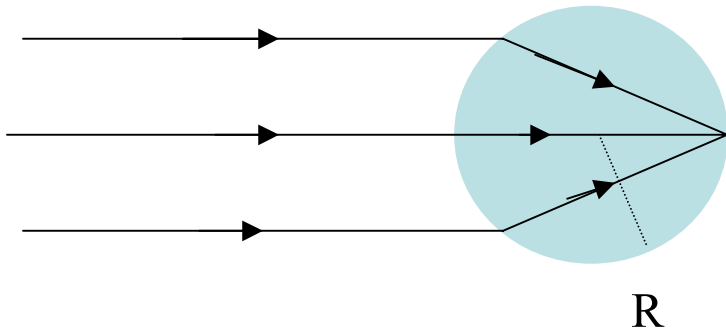
$$\frac{n_2 - n_1}{R_1} - \frac{n_1}{d_1} = \frac{[(n_1 - n_2)d'_2 - n_1 R_2]n_2}{L[(n_1 - n_2)d'_2 - n_1 R_2] - n_2 d'_2 R_2}$$

ซึ่งเป็นไปตามที่ต้องการ แต่ซับซ้อนมาก

ดังนั้นการคำนวณที่กระทำทีละผิว จะง่ายกว่า



ตัวอย่าง



ลำแสงขนานวิ่งผ่านวัสดุโปร่งแสง
ทรงกลม รัศมี R ถ้าภาพเกิด ณ ใจกลาง
อีกด้านของทรงกลม ดัชนีหักเห
ของวัสดุ จะมีค่าเป็นดังนี้

กรณีนี้ $n_1 = 1, n_2 = n, d = \infty, d' = 2R, R_1 = R$

จากสมการฟิวโคง

$$0 + \frac{1}{2R} = (n - 1) \frac{1}{R} \rightarrow n = 3/2 = 1.5$$

