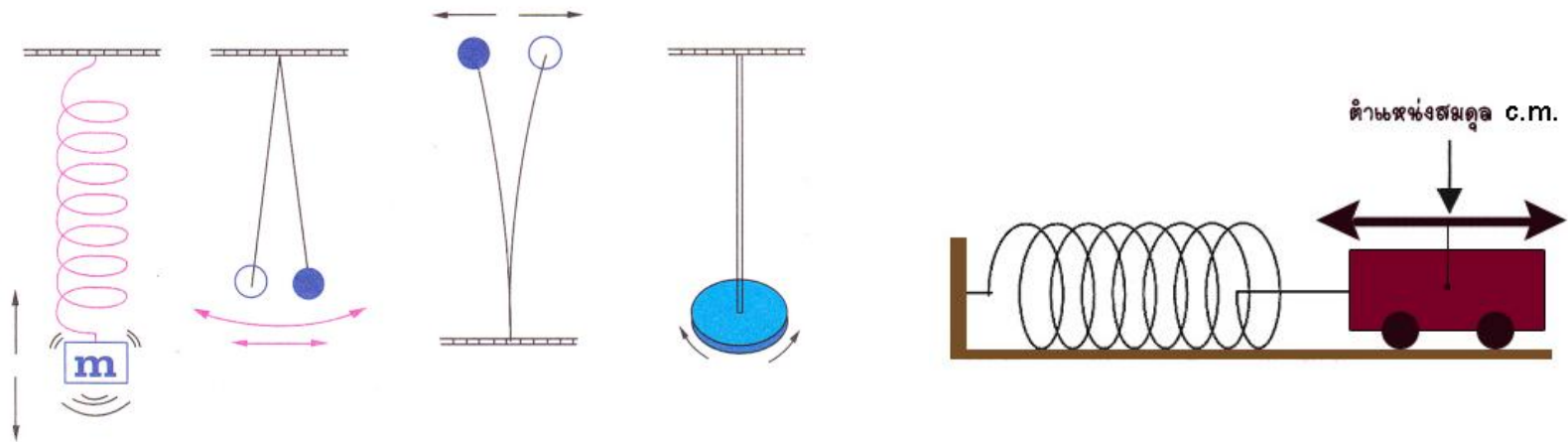
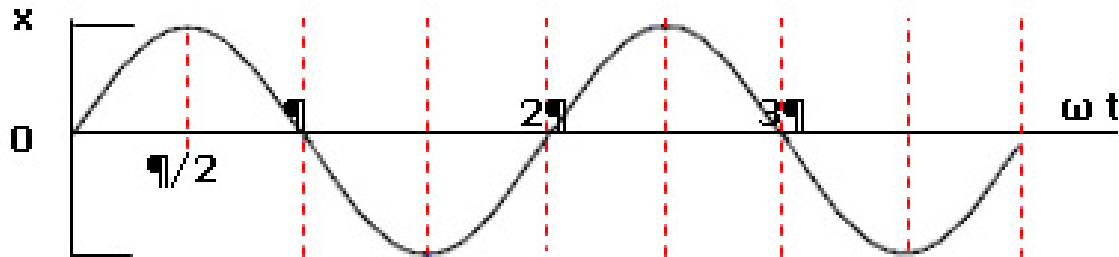


การเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย

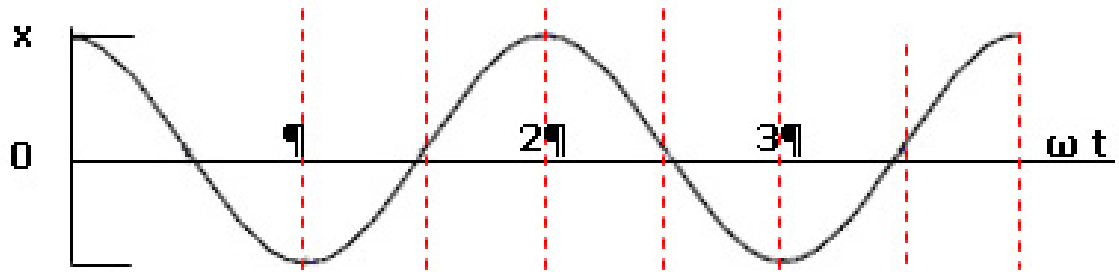
การเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย (simple harmonic motion, SHM) เป็นการเคลื่อนที่ที่กลับไปกลับมาซ้ำทางเดิม โดยผ่านตำแหน่งสมดุล และคาบของการเคลื่อนที่คงตัว โดยที่กราฟการกระจัดกับเวลาอยู่ในรูปของฟังก์ชันไซน์หรือโคไซน์ เช่น การเคลื่อนที่แบบสั่น การแกว่งของลูกตุ้มนาฬิกา การเคลื่อนที่ของวัตถุติดสปริง เป็นต้น



กราฟของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์



$$x = A \sin \omega t$$



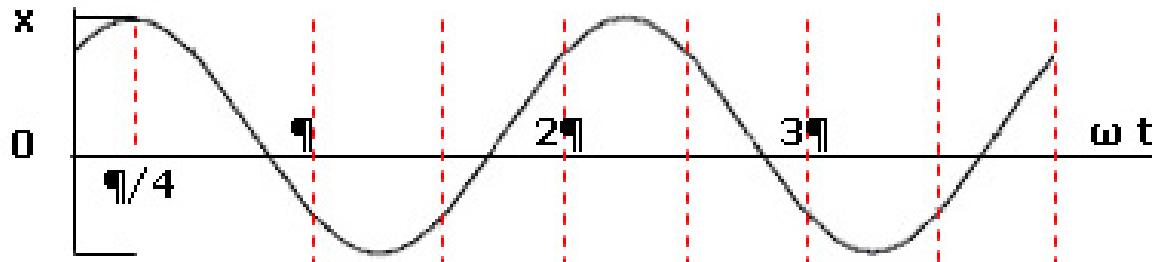
$$x = A \cos \omega t$$

เมื่อ A คือ แอมพลิจูด (Amplitude) หรือ การกระจัดสูงสุด

ข้อสังเกต

$$A \cos \omega t = A \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$

$$\theta = \omega t$$

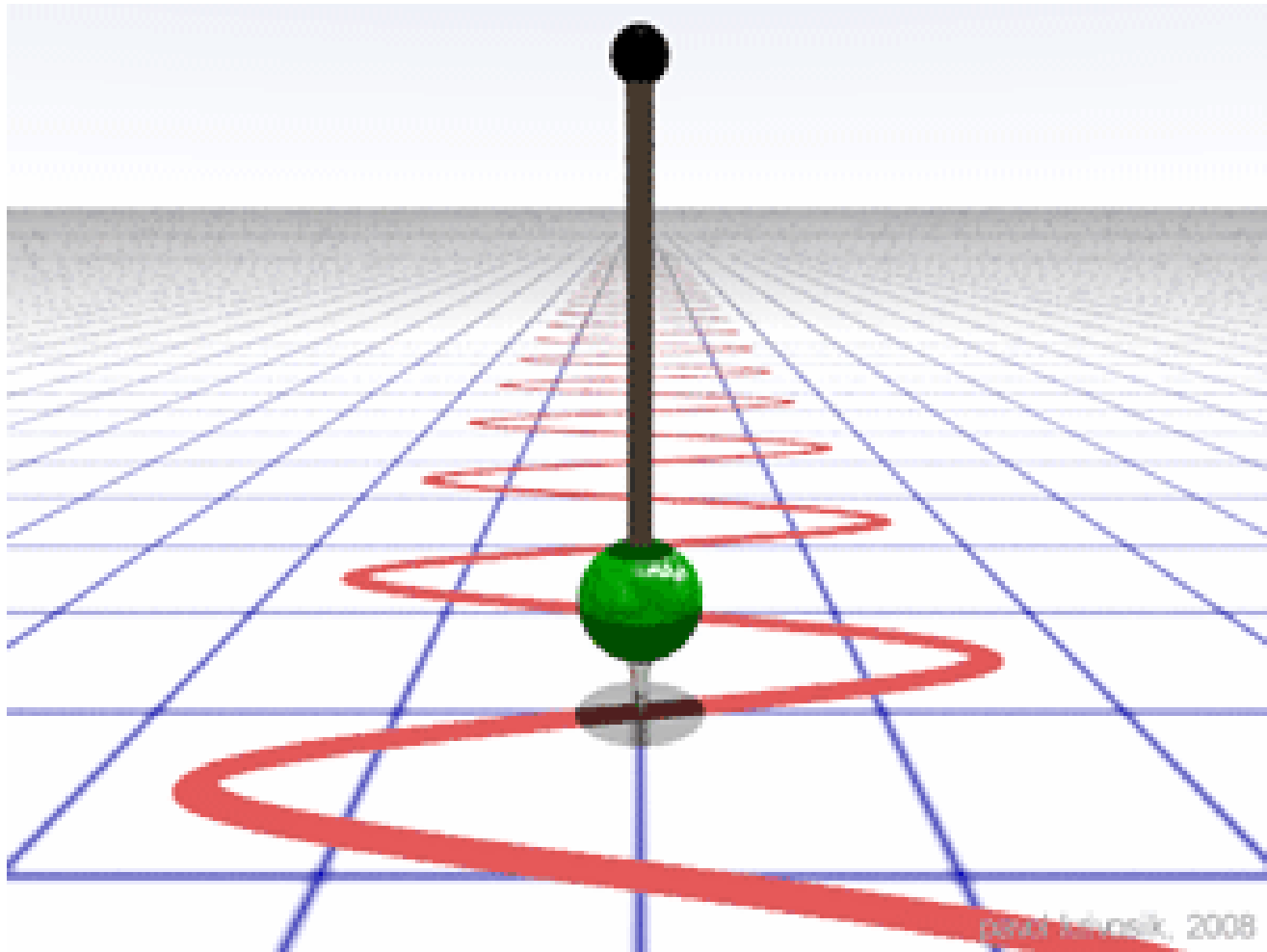


$$x = A \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right)$$

ดังนั้น อาจเขียนสมการทั่วไปได้ว่า $x = A \sin(\omega t + \phi)$

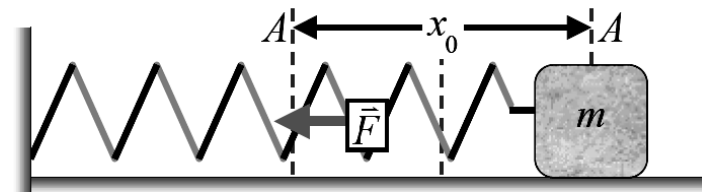
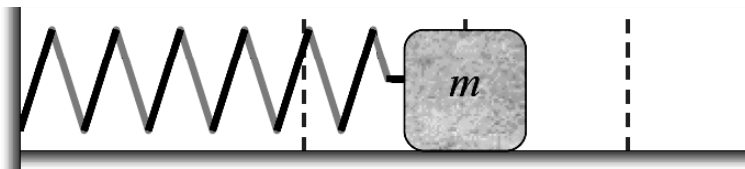
ϕ เป็นค่าคงตัวของเฟส (phase constant) หรือเฟสเริ่มต้น

เฟส (phase) เป็นการบอกตำแหน่งการเคลื่อนที่ของการเคลื่อนที่แบบวงกลม แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย และแบบคลื่น การบอกค่าของเฟสจะบอกเป็นองศา หรือเรเดียน



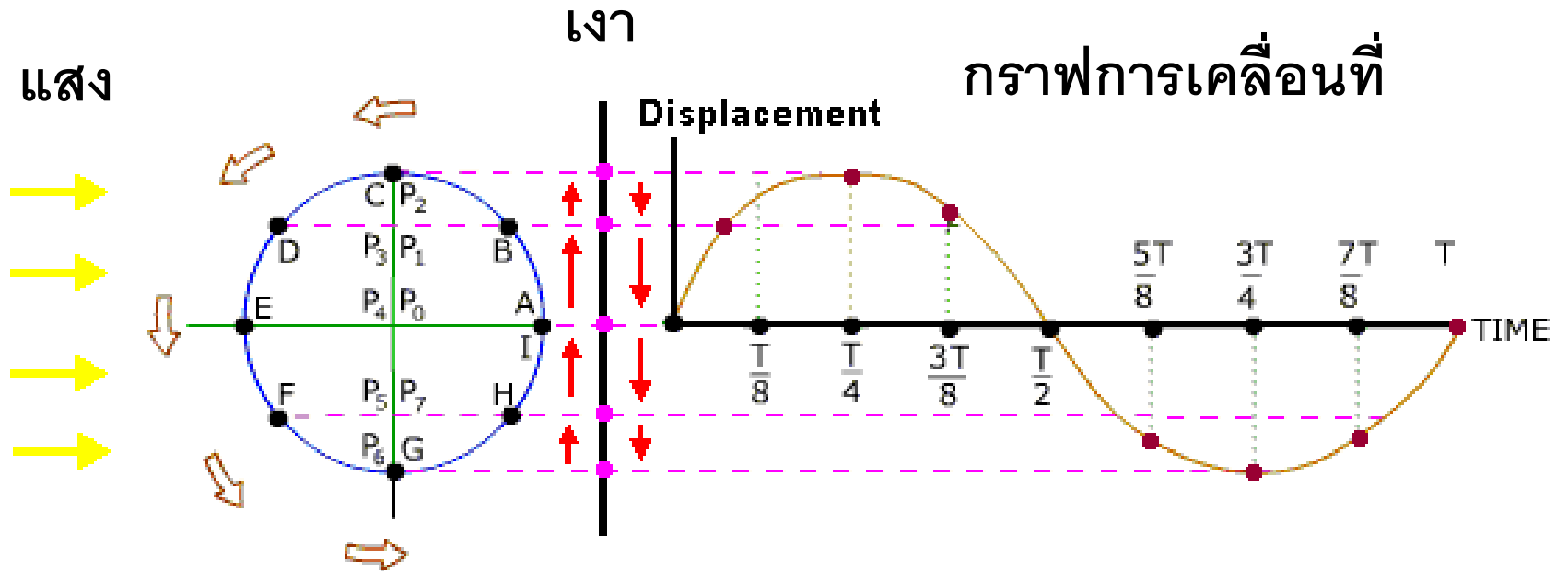
ปริมาณที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่แบบ SHM

1. **แอมพลิจูด (A)** ขนาดของการกระจัดของวัตถุที่วัดจากตำแหน่งสมดุลถึงจุดปลายทั้งสองข้าง ซึ่งมีความมากที่สุดและมีความคงที่เสมอ
2. **คาบ (T)** คือ ช่วงเวลาที่วัตถุเคลื่อนที่ครบหนึ่งรอบ มีหน่วยเป็นวินาทีต่อรอบหรือวินาที
3. **ความถี่ (f)** คือ จำนวนรอบที่วัตถุเคลื่อนที่ได้ในหนึ่งหน่วยเวลา มีหน่วยเป็นรอบต่อวินาที หรือ เฮิรตซ์ (Hz)



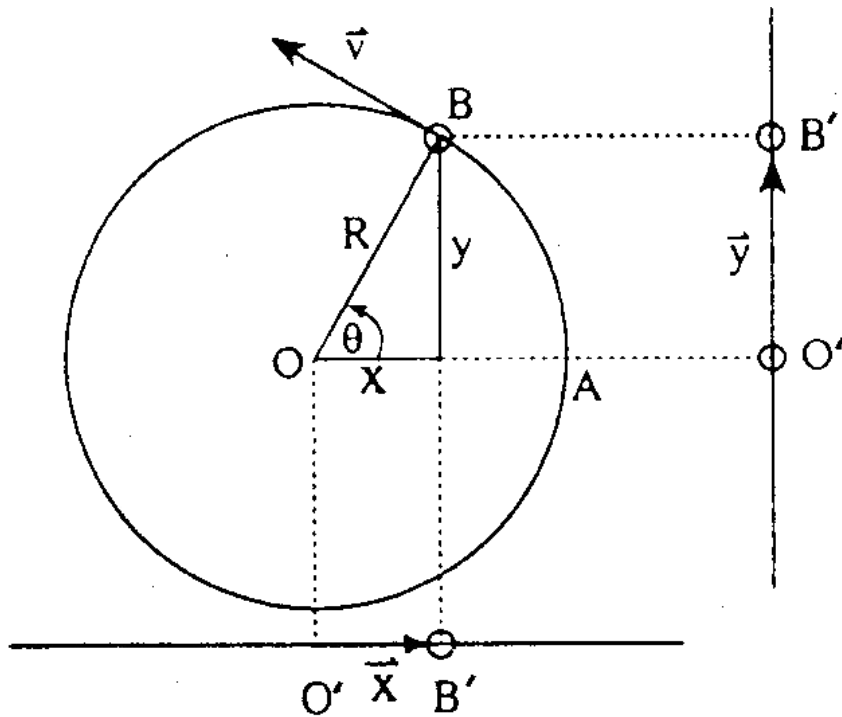
4. ณ ตำแหน่งสมดุล $\vec{x}, \vec{F}, \vec{a} = 0$, v มีความมากที่สุด
5. ณ ตำแหน่งจุดปลาย $\vec{x}, \vec{F}, \vec{a}$ มีความมากที่สุด, $v = 0$

เงาของการเคลื่อนที่แบบวงกลม



เงาของการเคลื่อนที่แบบวงกลมจะเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย

การหาการกระจัดในแนวระดับ และในแนวตั้ง



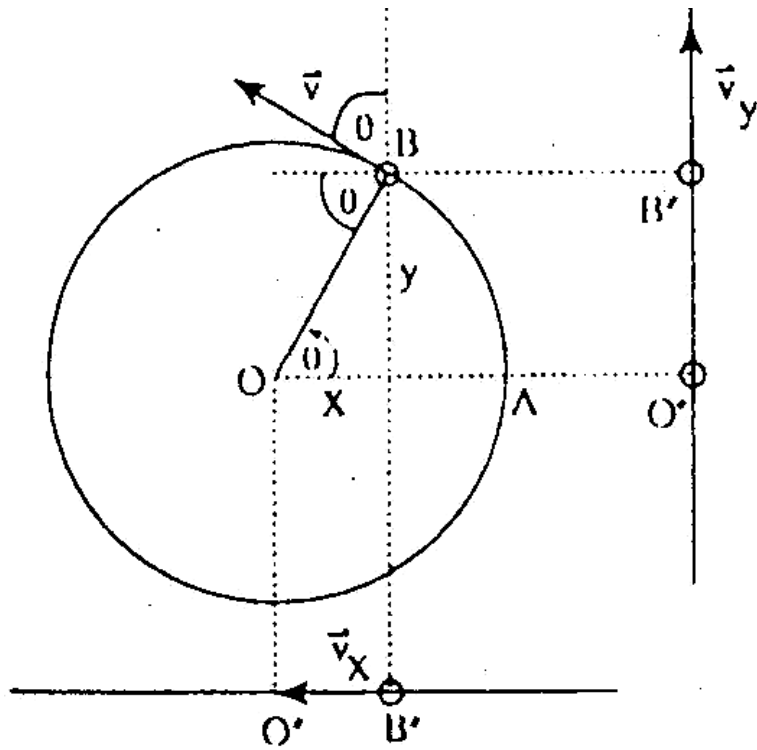
การกระจัดในแนวระดับ

$$x = A \cos \omega t$$

การกระจัดในแนวตั้ง

$$y = A \sin \omega t$$

การหาอัตราเร็วในแนวระดับ และในแนวตั้ง

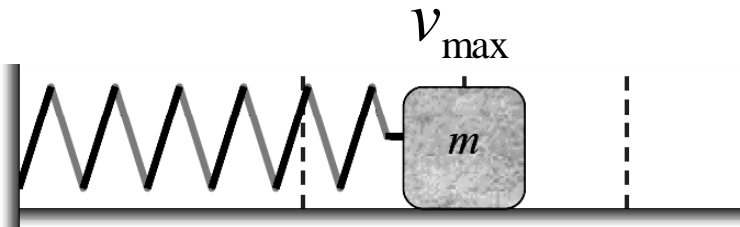


$$v_x = -\omega A \sin \omega t = \pm \omega \sqrt{A^2 - x^2}$$

$$v_y = \omega A \cos \omega t = \pm \omega \sqrt{A^2 - y^2}$$

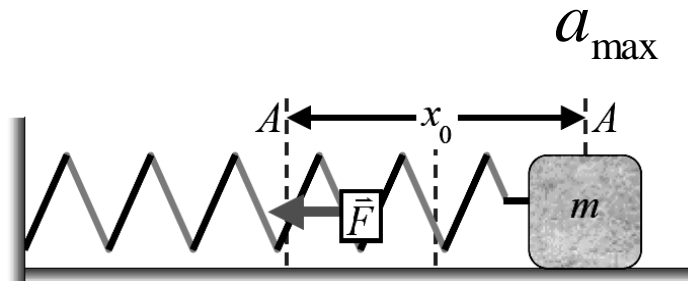
การหาอัตราเร็วสูงสุด และอัตราเร่งสูงสุด

อัตราเร็วสูงสุด (v_{\max}) เกิดขึ้นที่ตำแหน่งสมดุล



$$v_{\max} = \omega A$$

อัตราเร่งสูงสุด (a_{\max}) เกิดขึ้นที่ตำแหน่งจุดปลาย



$$a_{\max} = -\omega^2 A$$

ตัวอย่าง

1. จากสมการการเคลื่อนที่แบบ SHM $x = 5 \cos 6\pi t$ จงหาแอมพลิจูด
และคาบของการเคลื่อนที่
- (5 m, 1/3 s)

2. อนุภาคมวล 0.1 กรัม เคลื่อนที่แบบ SHM ด้วยความถี่ 50 Hz และมีแอมพลิจูด 0.01 m โดยมีเฟสเริ่มต้นเป็นศูนย์ มีสมการการเคลื่อนที่ดังนี้ $y = A \sin \omega t$ จงหา

ก. อัตราเร็วเชิงมุม $(100 \pi \text{ rad/s})$

ข. การกระจัดและความเร็วที่เวลา 0.01 วินาที $(0, -\pi \text{ m/s})$

ค. อัตราเร็วและอัตราเร่งที่ตำแหน่ง 0.5 cm จากสมดุล $(0.87 \pi \text{ m/s},$

ง. อัตราเร็วและอัตราเร่งสูงสุด $50 \pi^2 \text{ m/s}^2)$

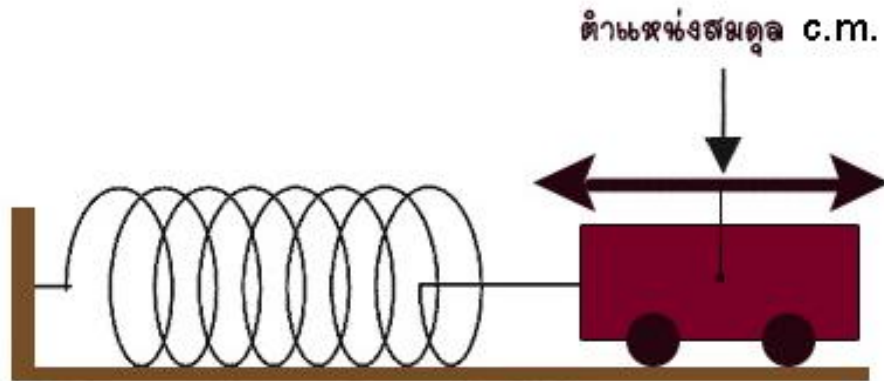
$(\pi \text{ m/s}, 100 \pi^2 \text{ m/s}^2)$

3. อนุภาคหนึ่งเคลื่อนที่แบบซิมเปิลฮาร์มอนิกด้วยอัตราเร็ว 0.7 รอบ/วินาที และมีการกระจัดไกลสุด 0.5 เมตร จงหา

ก. อัตราเร็วสูงสุด (2.2 m/s)

ข. อัตราเร่งสูงสุด (9.68 m/s²)

การหาอัตราเร็วเชิงมุม ความถี่ และคาบของวัตถุติดสปริง



$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

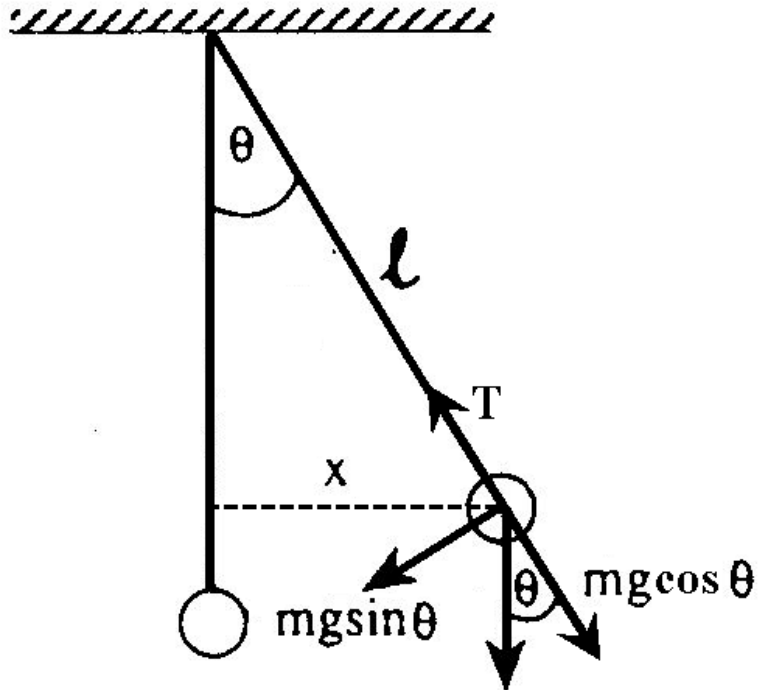
$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

ข้อสังเกต

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

การหาอัตราเร็วเชิงมุม ความถี่ และคาบของการเคลื่อนที่แบบ
ลูกตุ้มนาฬิกา



$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$$

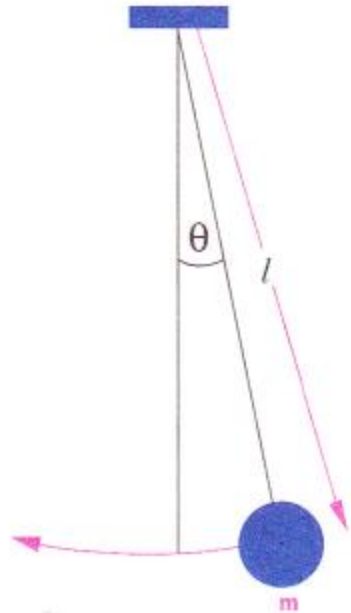
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

ตัวอย่าง

1. มวล 0.25 กิโลกรัม ติดกับปลายข้างหนึ่งของสปริง ซึ่งมีค่าคง 100 นิวตัน/เมตร วางอยู่บนพื้นระดับลื่น ส่วนปลายอีกข้างหนึ่งของสปริงยึดติดกับผนัง เมื่อดึงมวลทำให้สปริงยืดออกเล็กน้อยแล้วปล่อย มวลจะเคลื่อนที่กลับไปกลับมาด้วยคาบเท่าใด (0.31 s)

2. ลูกตุ้มแขวนด้วยเชือกยาว 2 เมตร แกว่งไปมาด้วยคาบ 2.5 วินาที ถ้า
ลูกตุ้มแขวนด้วยเชือกยาว 8 เมตร จะแกว่งด้วยคาบเท่าไร (5 s)

การหาความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลกจาก Simple Pendulum



วิธีการทดลอง

1. วัดความยาวของเชือกที่แขวนลูกตุ้มให้ยาว 10 cm
2. ให้ลูกตุ้มแกว่งด้วยมุมน้อยๆ
3. จับเวลาการแกว่งครบ 20 รอบ จำนวน 3 ครั้ง
บันทึกผล
4. ทำการทดลองเหมือนเดิม แต่เปลี่ยนความยาวเชือกเป็น 20, 30 cm ตามลำดับ
5. เขียนกราฟระหว่าง l กับ T^2 หาความความชันของกราฟ คำนวณค่า g

ตารางบันทึกผล

ความยาว (cm)	เวลาการแกว่งครบ 20 รอบ (s)				คาบ (s)	คาบ ² (s ²)
	ครั้งที่ 1	ครั้งที่ 2	ครั้งที่ 3	เฉลี่ย		
10						
20						
30						